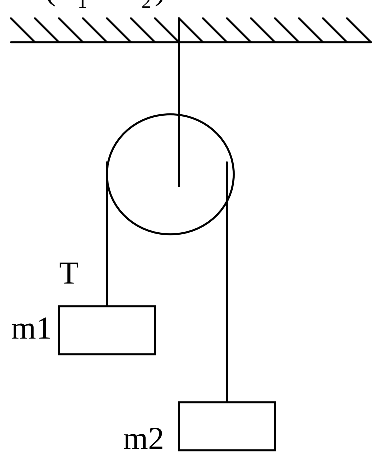
LATIHAN SOAL OLIMPIADE FISIKA

(1) Peralatan yang ditunjukkan pada gb dibawah dinamakan mesin adwood digunakan untuk mengukur percepatan gravitasi *g* dengan mengukur percepatan benda-benda. Dengan mengasumsikan tali tak bermassa dan katrol licin, tunjukkan bahwa besarnya percepatan masing-masing benda dan tegangan tali adalah

$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}$ dan $T = \frac{2m_1 m_2 g}{(m_1 + m_2)}$



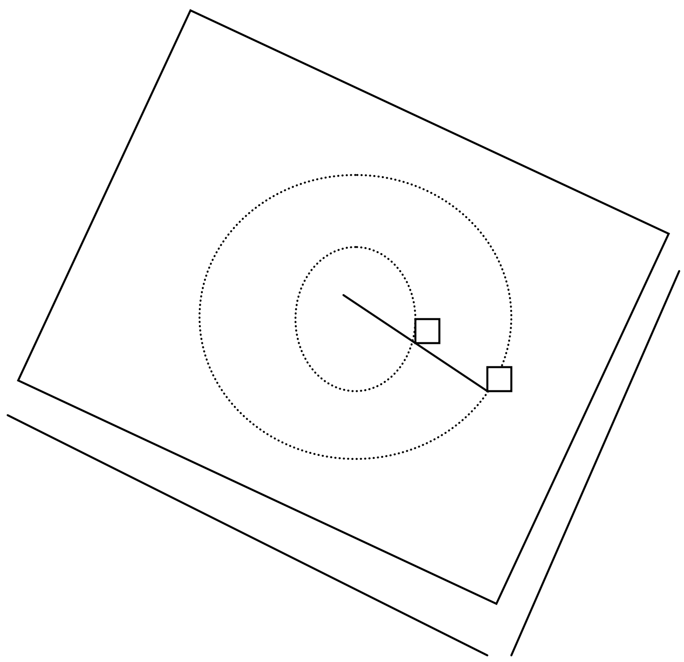
Jawab :

$$\sum F = ma$$
$$m_2 g - m_1 g = (m_1 + m_2)a$$
$$(m_2 - m_1)g = (m_1 + m_2)a$$
$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$$

$$\sum F = m_1 a$$
$$T - m_1 g = m_1 \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) g$$
$$T - m_1 g = \frac{m_1 m_2 g}{(m_1 + m_2)} - \frac{m_1^2 g}{(m_1 + m_2)}$$
$$T = \frac{m_1 m_2 g}{(m_1 + m_2)} - \frac{m_1^2 g}{(m_1 + m_2)} + m_1 g$$
$$T = \frac{m_1 m_2 g}{(m_1 + m_2)} - \frac{m_1^2 g}{(m_1 + m_2)} + m_1 g \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} \right)$$
$$T = \frac{m_1 m_2 g}{(m_1 + m_2)} - \frac{m_1^2 g}{(m_1 + m_2)} + \frac{m_1^2 g}{(m_1 + m_2)} + \frac{m_1 m_2 g}{(m_1 + m_2)}$$
$$T = \frac{2m_1 m_2 g}{(m_1 + m_2)}$$

(2) Sebuah balok bermassa m1, diikatkan pada tali yang panjangnya L1 yang ujung lainnya terikat. Massa itu bergerak dengan lintasan lingkaran horizontal di atas meja yang licin. Balok kedua bermassa m2 diikatkan pada balok pertama oleh tali yang panjangnya

L2 dan juga bergerak melingkat, seperti ditunjukkan pada gb disamping. Jika periode gerakan adalah T. carilah tegangan masing-masing tali.



Jawab : Yang mudah untuk dijawab ialah tegangan tali T2 dulu. Gaya yang bekerja pada benda 2 ialah gaya sentrifugal yang berarah keluar dan tegangan tali T2. untuk benda yang setimbang berlaku :

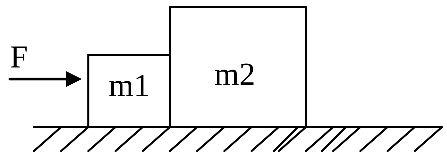
$$\sum F = 0$$
$$F_{cent} - T_2 = 0$$
$$T_2 = F_{cent}$$
$$T_2 = \frac{m_2 v_2^2}{(L_1 + L_2)}$$

Pada benda 1 gaya yang bekerja ialah gaya sentrifugal benda 1 gaya sentrifugal benda 2 dan tegangan tali benda 1. untuk benda yang setimbang berlaku

$$v = \omega r$$
$$v_1 = \omega L_1$$
$$v_2 = \omega (L_1 + L_2)$$

$$\sum F = 0$$
$$F_{cent2} + F_{cent1} - T_1 = 0$$
$$T_1 = F_{cent2} + F_{cent1}$$
$$T_1 = \frac{m_1 v_1^2}{L_1} + \frac{m_2 v_2^2}{L_1 + L_2}$$
$$T_1 = \frac{m_1 \omega^2 L_1^2}{L_1} + \frac{m_2 \omega^2 (L_1 + L_2)^2}{L_1 + L_2}$$
$$T_1 = m_1 \omega^2 L_1 + m_2 \omega^2 (L_1 + L_2)$$
$$T_1 = \omega^2 (m_1 L_1 + m_2 (L_1 + L_2))$$
$$T_1 = \frac{4\pi^2 (m_1 L_1 + m_2 (L_1 + L_2))}{T^2}$$

(3) Dua benda bermassa m_1 dan m_2 diam diatas meja licin yang horizontal, seperti ditunjukkan pada gb dibawah. Sebuah gaya **F** diberikan pada benda 1 seperti pada gb. (a) jika m_1 = 2 kg, m_2 = 4 kg, dan **F** = 3 N, carilah percepatan benda dan gaya kontak **Fc** yang dikerjakan oleh satu benda pada yang lainnya (b) carilah gaya kontak untuk nilai-nilai umum massa benda dan tunjukkan bahwa jika m2 =nm, maka $F_C = \dfrac{nF}{(n+1)}$.



Jawab :

a. Pada kasus ini, gaya kontak merupakan gaya yang dialami oleh benda 2 karena dorongan dar benda 1.

$$\sum F = m_{tot} a$$
$$3 = (m_1 + m_2)a$$
$$3 = (2+4)a$$
$$3 = 6a$$
$$a = \frac{1}{2}$$

gaya yang dialami oleh benda 2 ialah:
$$\sum F = m_2 a$$
$$F_C = 4.\frac{1}{2}$$
$$F_C = 2N$$

b.

$$\sum F = m_{tot} a$$
$$F = (m_1 + m_2)a$$
$$a = \frac{F}{(m_1 + m_2)}$$

$$\sum F_2 = m_2 a$$
$$F_C = m_2 \frac{F}{(m_1 + m_2)}$$
$$F_C = \frac{m_2 F}{(m_1 + m_2)}$$

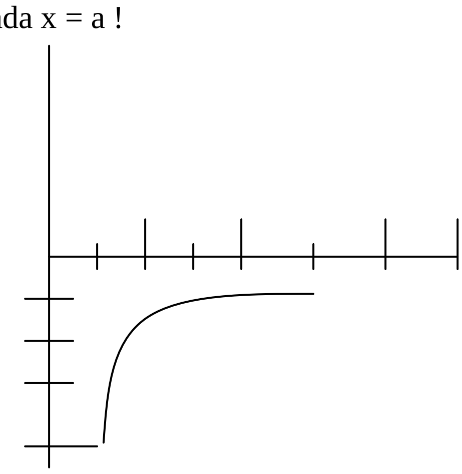
untuk $m_2 = nm_1$

$$F_C = \frac{nm_1 F}{(m_1 + nm_{12})}$$
$$F_C = \frac{nm_1 F}{m_1(n+1)}$$
$$F_C = \frac{nF}{(n+1)}$$

(4) sebuah rumus teoritis untuk energi potensial yang berhubungan dengan gaya nuklir antara dua proton, dua neutron, atau sebuah neutron dan sebuah proton adalah potensial Yukawa. $U = -U_0\left(\frac{a}{x}\right)e^{-\frac{x}{a}}$, dengan Uo dan a adalah konstanta (a) sketsalah grafik U terhadap x dengan menggunakan Uo = 4 pJ dan a = 2,5 fm. (b) Carilah gaya F(x) (c) Bandingkan besarnya gaya pada jarak pisah x = 2a sampai pada x = a (d) Bandingkan besarnya gaya pada jarak pisah x = 5a terhadap gaya pada x = a !

jawab :

(a) $U = -U_0\left(\frac{a}{x}\right)e^{-\frac{x}{a}}$ Grafik U(pJ) Vs x(fm)



$$U = -U_0\left(\frac{a}{x}\right)e^{-\frac{x}{a}}$$

$$\ln U = -\ln U_0 + \ln\left(\frac{a}{x}\right) + \ln e^{-\frac{x}{a}}$$

$$\ln U = -\ln U_0 + \ln\left(\frac{a}{x}\right) - \frac{x}{a}$$

$$\frac{1}{U}\frac{dU}{dx} = 0 + \frac{1}{\frac{a}{x}}\frac{d(ax^{-1})}{dx} - \frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{U}\frac{dU}{dx} = \frac{x}{a}(-1)\frac{a}{x^2} - \frac{1}{a}$$

$$\frac{dU}{dx} = U\left(-\frac{1}{x} - \frac{1}{a}\right)$$

$$\frac{dU}{dx} = -U_0\left(\frac{a}{x}\right)e^{-\frac{x}{a}}\left(-\frac{1}{x} - \frac{1}{a}\right)$$

$$\frac{dU}{dx} = -U_0\left(\frac{a}{x}\right)e^{-\frac{x}{a}}(-1)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{a}\right)$$

$$\frac{dU}{dx} = U_0\left(\frac{a}{x}\right)e^{-\frac{x}{a}}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{a}\right)$$

$$\frac{dU}{dx} = U_0 e^{-\frac{x}{a}}\left(\frac{a}{x^2} + \frac{1}{x}\right)$$

Sedangkan gaya diperoleh dari

$$Fx = -\frac{dU}{dx}$$

$$Fx = -U_0 e^{-\frac{x}{a}}\left(\frac{a}{x^2} + \frac{1}{x}\right)$$

$$\frac{Fx(x=2a)}{Fx(x=a)} = \frac{-U_0 e^{-\frac{2a}{a}}\left(\frac{a}{4a^2} + \frac{1}{2a}\right)}{-U_0 e^{-\frac{a}{a}}\left(\frac{a}{a^2} + \frac{1}{a}\right)}$$

$$= \frac{e^{-2}\left(\frac{1}{4a} + \frac{1}{2a}\right)}{e^{-1}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a}\right)}$$

$$= \frac{e\left(\frac{1}{4a} + \frac{2}{4a}\right)}{e^2\left(\frac{2}{a}\right)}$$

$$= \frac{a}{2e}\frac{3}{4}$$

$$= \frac{3a}{8e}$$

$$= 1{,}38$$

$$\frac{Fx(x=5a)}{Fx(x=a)} = \frac{-U_0 e^{-\frac{5a}{a}}\left(\frac{a}{25a^2} + \frac{1}{5a}\right)}{-U_0 e^{-\frac{a}{a}}\left(\frac{a}{a^2} + \frac{1}{a}\right)}$$

$$= \frac{e^{-5}\left(\frac{1}{25a} + \frac{1}{5a}\right)}{e^{-1}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a}\right)}$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{25a} + \frac{5}{25a}\right)}{e^4\left(\frac{2}{a}\right)}$$

$$= \frac{a}{2e^4}\frac{6}{25}$$

$$= 0{,}00220$$

(b) Dengan menggunakan rumus $v = \frac{dx}{dt}$, tunjukkanlah bahwa persamaan $v = \sqrt{\frac{2(E - U_{(x)}}{m}}$ dapat ditulis sebagai $\frac{dx}{\sqrt{E-U}} = \sqrt{\frac{2}{m}}dt$. Untuk gerakan satu dimensi, U adalah fungsi x, sebagai ruas kiri persamaan ini hanya bergantung pada x (dan tidak bergantung pada t) dan ruas kanan hanya bergantung pada t (b) Gunakan hasil ini pada sebuah partikel bermassa m yang terikat pada sebuah pegas dengan konstanta gaya k yang berosilali dengan amplitudo A agar $U = \frac{1}{2}kA^2$ untuk mendapatkan persamaan $\frac{dx}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \sqrt{\frac{k}{m}}dt$. (c) Integrasikan kedua ruas persamaan ini untuk mendapatkan sebuah pernyataan yang menghubungkan posisi massa x dengan waktu t, dengan mengasumsikan bahwa x = A pada saat t = 0.

Jawab :

$$v = \sqrt{\frac{2(E-U)}{m}}$$

$$\frac{dx}{dt} = \sqrt{E-U}\sqrt{\frac{2}{m}}$$

$$\frac{dx}{\sqrt{E-U}} = \sqrt{\frac{2}{m}}dt$$

$$\frac{dx}{\sqrt{\frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2}} = \sqrt{\frac{2}{m}}dt$$

$$\frac{dx}{\sqrt{\frac{1}{2}k}\sqrt{A^2 - x^2}} = \sqrt{\frac{2}{m}}dt$$

$$\frac{dx}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \sqrt{\frac{1}{2}k}\sqrt{\frac{2}{m}}dt$$

$$\frac{dx}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \sqrt{\frac{1}{2}k\frac{2}{m}}dt$$

$$\frac{dx}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \sqrt{\frac{k}{m}}dt$$

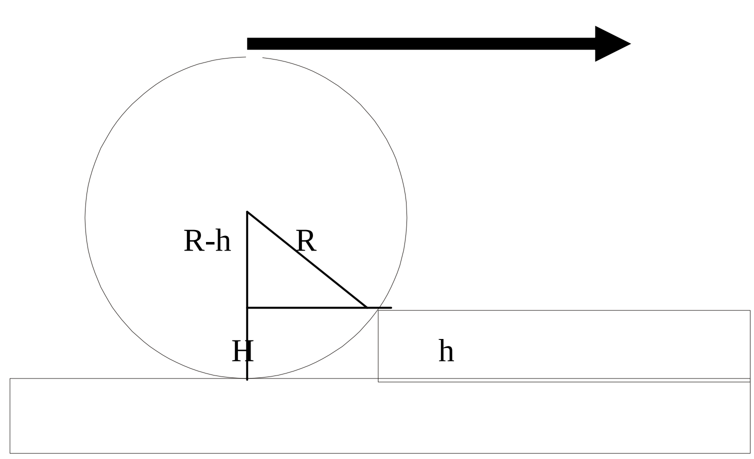
$$\int \frac{dx}{\sqrt{A^2 - x^2}} = \int \sqrt{\frac{k}{m}}dt$$

$$\arcsin\frac{x}{A} = \sqrt{\frac{k}{m}}t$$

$$\frac{x}{A} = \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$$

$$x = A\sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$$

(5) Sebuah silinder yang beratnya W dan jari-jarinya R akan diangkat untuk menaiki anak tangga setinggi h, seperti pada gb dibawah. Seutas tali diikatkan disekitar silinder dan ditarik secara horizontal. Anggap slinder tidak slip dalam penarikan tersebut. Tentukan besar gaya minimum Fmin yang diperlukan untuk menaikkan silinder tersebut.



Jawab : pada saat silinder tepat akan meninggalkan lantai dititik Q maka gaya reaksi lantai pada silinder sama dengan nol. Oleh karena itu hanya ada tiga buah gaya yang bekerja pada silinder, yaitu gaya berat silinder dengan titik tangkap di Q, gaya tarik tali F dengan titik tangkap C dan gaya normal N dititik P.

Karena N tidak diketahui dan tidak ditanyakan dalam soal, maka untuk memudahkan penggunaan syarat kedua keseimbangan, kita pilihtitik P sebagai poros.

$$\sum \tau_P = 0$$

$$-WP_1P = FCP_1 = 0$$

$$-Wd + F(2R-h) = 0$$

$$F(2R-h) = Wd$$

$$F = \frac{Wd}{(2R-h)}$$

Jari-jari silinder R dan tinggi anak tangga h dianggap diketahui, karena itu d harus kita nyatakan dalam R dan h. dengan mengunakan rumus Pythagoral pada segitiga siku-siku d dapat kita nyatakan dalam R dan h

$$R^2 = d^2 + (R-h)^2$$

$$d^2 = R^2 - (R-h)^2$$

$$d^2 = R^2 - (R^2 - 2Rh + h^2)$$

$$d^2 = R^2 - R^2 + 2Rh - h^2$$

$$d^2 = 2Rh - h^2$$

$$d = \sqrt{2Rh - h^2}$$

Dengan memasukkan nilai d ke dalam persamaan diatas maka diperoleh gaya minimum Fmin yaitu :

$$F_{Min} = \frac{W\sqrt{2Rh - h^2}}{(2R-h)}$$

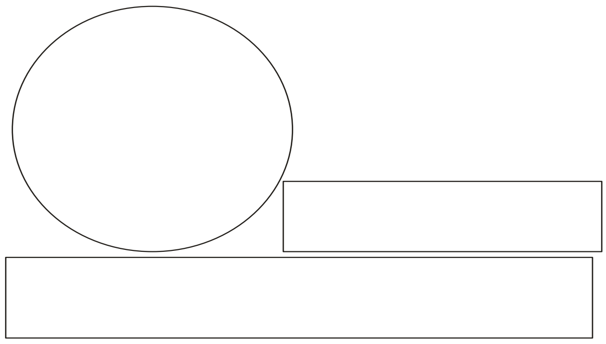
$$F_{Min} = \frac{W\sqrt{h(2R-h)}}{(2R-h)}$$

$$F_{Min} = \frac{W\sqrt{h}\sqrt{(2R-h)}}{(2R-h)}$$

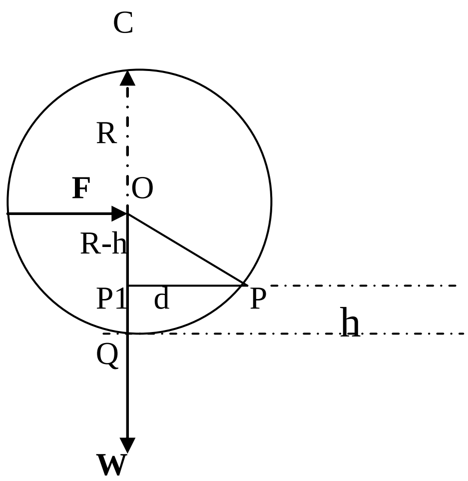
$$F_{Min} = \frac{W\sqrt{h}}{\sqrt{(2R-h)}}$$

$$F_{Min} = W\sqrt{\frac{h}{2R-h}}$$

(6) Sebuah roda bermassa M dan jari-jarinya R berada diatas permukaan horizontal dan bersandar pada anak tangga yang tingginya h (h<R). roda harus dinaikkan ke atas anak tangga oleh gaya horizontal F yang dikerjakan pada sumbu roda. Carilah gaya F yang diperlukan untuk menaikkan roda keatas anak tangga?



Jawab :



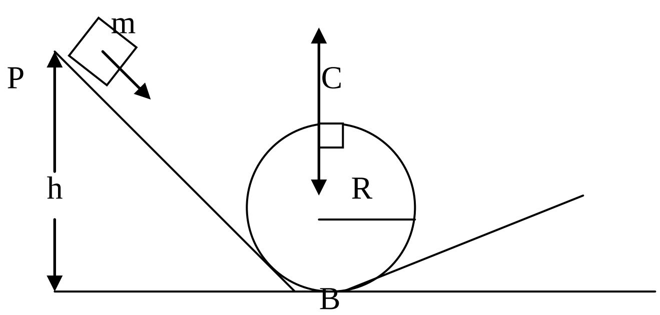
Pada saat silinder tepat akan meninggalkan lantai dititik O maka gaya reaksi lantai pada silinder sama dengan nol, oleh karena itu hanya ada tiga buah gaya yang bekerja pada silinder, yaitu gaya berat silinder dengan titik tangkap di Q, gaya tarik F dengan titik tangkap di O dan gaya normal N dititik P

Karena N tidak diketahui dan tidak ditanyakan dalam soal, maka untuk memudahkan penggunaan syarat kedua keseimbangan, kita pilih P sebagai poros .

$$\sum \tau_P = 0$$
$$-WP_1P + FOP_1 = 0$$
$$-Mgd + F(R-h) = 0$$
$$F(R-h) = Mgd$$
$$F = \frac{Mgd}{(R-d)}$$
$$F = \frac{Mg\sqrt{d((2R-h)}}{(R-h)}$$

$$R^2 = d^2 + (R-h)^2$$
$$d^2 = R^2 - (R-h)^2$$
$$d^2 = R^2 - (R^2 - 2Rh + h^2)$$
$$d^2 = R^2 - R^2 + 2Rh - h^2$$
$$d^2 = 2Rh - h^2$$
$$d^2 = h(2R-h)$$
$$d = \sqrt{h(2R-h)}$$

(7) Sebuah balok kecil bermassa m bergerak tanpa gesekan sepanjang lintasan bersimpal seperti yang ditunjukkan pada gb dibawah. Balok mulai dari titik P berjarak h diatas dasar loop (a) Berapakah energi kinetic balok ketika mencapai puncak simpal (b) Berapakah percepatannya dipuncak dengan menganggap bahwa balok tetap berada dilintasannya (c)Berapakah nilai h paling kecil agar simpal dapat mencapai puncak loop tanpa meninggalkan lintasan?



Jawab :

$$EP_P = EK_B$$
$$mgh = \frac{1}{2}mv_B^2$$
$$v_B^2 = 2gh$$

$$EP_C + EK_C = EK_B$$
$$mg2R + EK_C = \frac{1}{2}mv_B^2$$
$$2mgR + EK_C = \frac{1}{2}m2gh$$
$$2mgR + EK_C = mgh$$
$$EK_C = mgh - 2mgR$$
$$EK_C = mg(h-2R)$$

$$EK_C = mg(h-2R)$$
$$\frac{1}{2}mv_C^2 = mg(h-2R)$$
$$v_C^2 = 2g(h-2R)$$

Percepatan di C

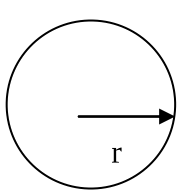
$$a_C = \frac{v_C^2}{R}$$
$$a_C = \frac{2g(h-2R)}{R}$$

Syarat benda tetap dilintasan

$$\sum F = 0$$
$$F_{Cent} - W = 0$$
$$F_{Cent} = W$$
$$m\frac{v_C^2}{R} = mg$$
$$v_C^2 = gR$$
$$2g(h-2R) = gR$$
$$2gh - 4gR = gR$$
$$2gh = 5gR$$
$$h = \frac{5}{2}R$$

(8) Sebuah partikel bermassa m bergerak pada lintasan lingkaran horizontal berjari-jari r diatas meja yang kasar. Partikel terikat pada sebuah tali tetap pada pusat lingkaran. Kelajuan partikel mulamula adalah v_B. Setelah menyelesaikan satu lingkaran penuh, kelajuan partikel adalah ½ v_o. (a) Carilah usaha yang dilakukan oleh gesekan selama satu putaran tersebut dalam m, v_o dan r (b) Berapakah koefisien gesekan kinetic (c) Berapa putaran lagi yang akan dijalani partikel sebelum berhenti?.

Jawab :



$v_o = v_o$

vt = ½ v_o

$$W = \Delta Ek$$
$$= \frac{1}{2}m\left(v_t^2 - v_o^2\right)$$
$$= \frac{1}{2}m\left(\frac{1}{4}v_o^2 - v_o^2\right)$$
$$= \frac{1}{2}m\left(-\frac{3}{4}v_o^2\right)$$
$$= -\frac{3mv_o^2}{8}$$

$$W = F.S$$
$$W = f_{ges}.2\pi r$$
$$W = \mu_k mg2\pi r$$
$$\mu_k = \frac{W}{mg2\pi r}$$
$$\mu_k = \frac{-\frac{3mv_o^2}{8}}{mg2\pi r}$$
$$\mu_k = -\frac{3v_o^2}{16\pi rg}$$

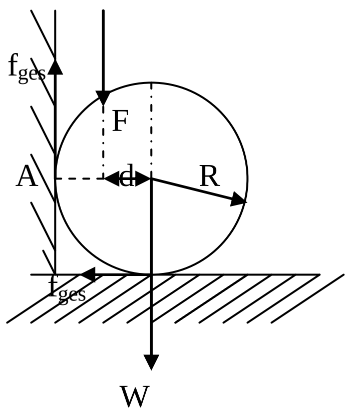
jumlah putaran yang bisa ditempuh lagi oleh partikel, dapat dicari dengan membagi nilai usaha pada saat vt = 0 dan pada saat v = ½ vo

$$W(v=0) = \frac{1}{2}m(0 - \frac{1}{4}v_o^2)$$
$$= -\frac{1}{4}(\frac{1}{2}mv_o^2)$$
$$= -\frac{1}{8}mv_o^2$$

$$n = \frac{W(v=0)}{W(v=\frac{1}{2}vo)}$$
$$= \frac{-\frac{1}{8}mv_o^2}{-\frac{3}{8}mv_o^2}$$
$$= \frac{1}{3}$$

(9) Sebuah silinder yang beratnya W tampak seperti pada gambar. Koefisien gesekan statis untuk semua permukaan = 1/3. bila F = 2W, maka besar d agar silinder itu seimbang adalah?

Jawab :

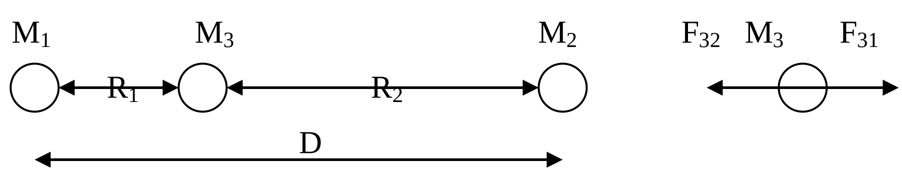


Misalkan titik A dijadikan acuan/pusat untuk syarat kesetimbangan.

$$\sum \tau_A = 0$$
$$F(R-d) - WR - f_{ges}R = 0$$
$$F(R-d) = WR + f_{ges}R$$
$$2W(R-d) = WR + \mu_S WR$$
$$2(R-d) = R + \frac{1}{3}R$$
$$2R - 2d = \frac{4}{3}R$$
$$2R - \frac{4}{3}R = 2d$$
$$2d = \frac{2}{3}R$$
$$d = \frac{1}{3}R$$

(10) Dua partikel tetap bermassa M_1 dan M_2 terpisah sejauh d. suatu partikel ketiga tidak mengalami gaya grafitasi jika diletakkan pada garis hubung antara M_1 dan M_2 dan jaraknya dari M_1 sejauh….

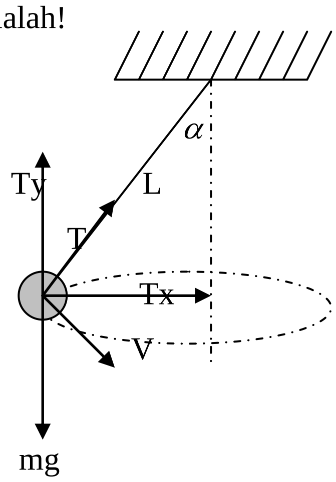
Jawab :



Syarat benda 3 tidak mengalami gaya grafitasi

$$F_{31} = F_{32}$$
$$G\frac{M_3 M_1}{R_1^2} = G\frac{M_3 M_2}{R_2^2}$$
$$\frac{M_1}{R_1^2} = \frac{M_2}{(d-R_1)^2}$$
$$\frac{M_1}{R_1} = \frac{M_2}{(d-R_1)}$$
$$M_1 d - M_1 R_1 = M_2 R_1$$
$$M_1 d = M_2 R_1 + M_1 R_1$$
$$M_1 d = (M_1 + M_2) R_1$$
$$R_1 = \frac{M_1 d}{(M_1 + M_2)}$$

(11) Suatu bandul conish (ayunan kerucut) panjang talinya L, sudut bukaan tali terhadap sumbu putar adalah α dan percepatan gravitasi = g. maka besarnya kecepatan linier bandul ialah!



$$\sin\alpha = \frac{R}{L}$$

$$R = L\sin\alpha$$

Jawab :

$$T_y = T\cos\alpha$$

$$T_x = T\sin\alpha$$

$$\sum F_y = 0$$

$$T_y - mg = 0$$

$$T\cos\alpha = mg$$

$$T = \frac{mg}{\cos\alpha}$$

$$\sum F_x = m\frac{v^2}{R}$$

$$T\sin\alpha = m\frac{v^2}{R}$$

$$T = \frac{mv^2}{R\sin\alpha}$$

$$\frac{mg}{\cos\alpha} = \frac{mv^2}{R\sin\alpha}$$

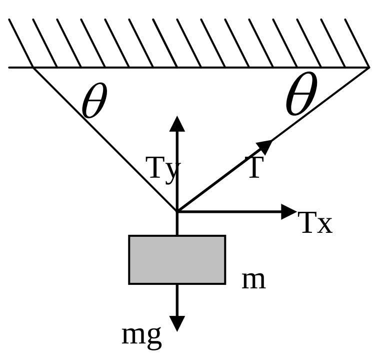
$$v^2 = \frac{gR\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$v^2 = \frac{gL\sin\alpha\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$v^2 = \frac{gL\sin^2\alpha}{\cos\alpha}$$

$$v = \sin\alpha\sqrt{\frac{gL}{\cos\alpha}}$$

(12) Sebuah lukisan bermassa m kg digantungkan pada dua kawat yang sama panjangnya. Tiap kawat membentuk sudut θ dengan horizontal, seperti pada gb. (a) Hitung tegangan T untuk nilai umum θ dan berat W (b) Untuk sudut θ berapa T paling kecil?paling besar.



$$T_X = T\cos\theta$$

$$T_Y = T\sin\theta$$

jawab :

$$\sum F = 0$$

$$2T_y - W = 0$$

$$2T\sin\theta = W$$

$$T = \frac{W}{2\sin\theta}$$

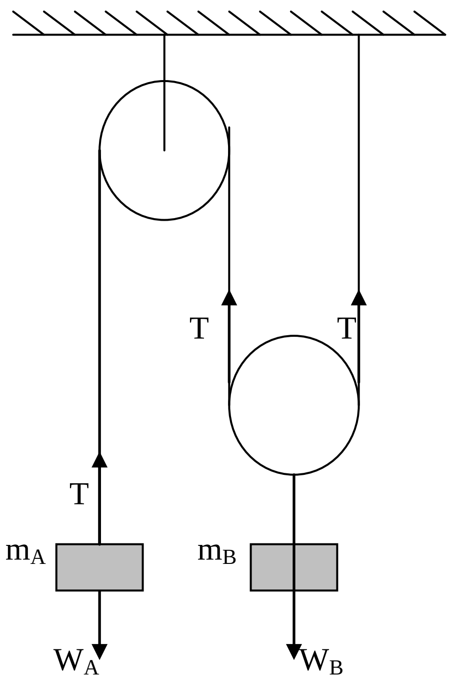
T min Jika sin $\theta = 1$

T max Jika sin $\theta = 0$

$$T_{\min} = \frac{1}{2}W$$

$$T_{\max} = \sim$$

(13) Diketahui system gambar dibawah ini massa katrol I dan II serta tali diabaikan (katrol licin). Massa benda B ialah m_B = 1/3 m_A. Carilah percepatan benda A dan B!



Jawab :

Misalkan B = diam, maka 2T = W_B →2T = m_Bg

2T = 1/3 m_Ag

T = 1/6 m_Ag

Karena W_A = m_Ag → W_A > T jadi A = turun sedangkan B = naik

Misalkan percepatan benda A=a_A dan percepatan benda B = a_B maka a_A= 2a_B karena dipengaruhi oleh banyaknya tali, semakin sedikit tali yan mempengaruhi benda, maka makin cepat gerakannya

Untuk A

$$\sum F_A = m_A a_A$$
$$W_A - T = m_A a_A$$
$$m_A g - T = m_A a_A$$
$$m_A g - m_A a_A = T$$
$$T = m_A(g - a_A) \text{....(1)}$$

Untuk B

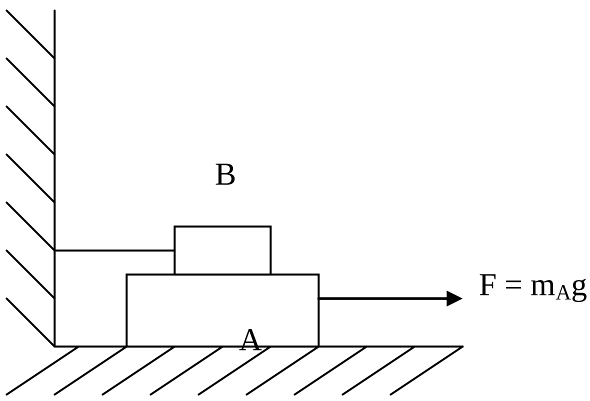
$$\sum F_B = m_B a_B$$
$$2T - W_B = m_B a_B$$
$$2T - m_B g = m_B a_B$$
$$2T = m_B a_B + m_B g$$
$$2T = m_B(a_B + g)$$
$$T = \frac{m_B(a_B + g)}{2}$$
$$T = \frac{\frac{1}{3} m_A(\frac{1}{2} a_A + g)}{2}$$
$$T = \frac{1}{6} m_A(\frac{1}{2} a_A + g) \text{......(2)}$$

..........(1) = (2).........

$$m_A(g - a_A) = \frac{1}{6} m_A(\frac{1}{2} a_A + g)$$
$$(g - a_A) = \frac{1}{6}(\frac{1}{2} a_A + g)$$
$$(g - a_A) = (\frac{1}{12} a_A + \frac{1}{6} g)$$
$$g - \frac{1}{6} g = \frac{1}{12} a_A + a_A$$
$$\frac{5}{6} g = \frac{13}{12} a_A$$
$$a_A = \frac{5.12}{6.13} g$$
$$a_A = \frac{10}{13} g$$

$$a_B = \frac{1}{2} a_A$$
$$a_B = \frac{1}{2} . \frac{10}{13} g$$
$$a_B = \frac{5}{13} g$$

(14) Pada system gambar disamping m_B = 2/3 m_A. Koefisien gesekan kinetic benda A terhadap lantai dan terhadap benda B memiliki hubungan $\mu_{k_L} = 2\mu_{k_B}$ (dimana μ_{k_L} ialah koefisien gesekan benda A terhadap lantai dan μ_{k_B} ialah koefisien gesekan benda A terhadap benda B. jika benda A ditarik dengan gaya mendatar sebesar F = m_Ag hingga tali menjadi tegang. Carilah percepatan benda A!



Jawab :

$$\sum F = m_A a_A$$

$$F - f_{ges\_A\_thd\_lantai} - f_{ges\_A\_thd\_B} = m_A a_A$$

$$m_A g - \mu_{k_L}(m_A + m_B)g - \mu_{k_B} m_B g = m_A a_A$$

$$m_A g - 2\mu_{k_B}(m_A + m_B)g - \mu_{k_B} m_B g = m_A a_A$$

$$m_A g - 2\mu_{k_B}(m_A + \frac{2}{3}m_A)g - \mu_{k_B}\frac{2}{3}m_A g = m_A a_A$$

$$m_A g - 2\mu_{k_B}(\frac{5}{3}m_A)g - \mu_{k_B}\frac{2}{3}m_A g = m_A a_A$$

$$m_A g - \frac{10}{3}\mu_{k_B} m_A g - \frac{2}{3}\mu_{k_B} m_A g = m_A a_A$$

$$m_A g - 4\mu_{k_B} m_A g = m_A a_A$$

$$m_A g = m_A a_A + 4\mu_{k_B} m_A g$$

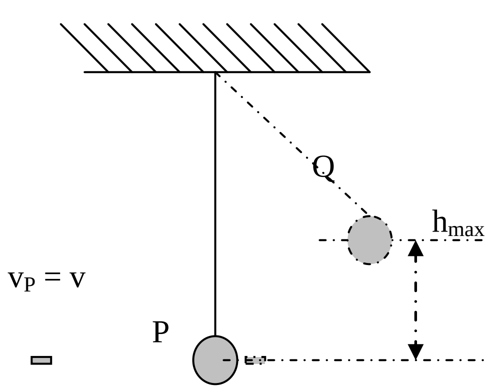
$$m_A g = m_A(a_A + 4\mu_{k_B} g)$$

$$g = (a_A + 4\mu_{k_B} g)$$

$$a_A = g - 4\mu_{k_B} g$$

$$a_A = g(1 - 4\mu_{k_B})$$

(15) Sebuah peluru bermassa m_1 ditembakkan dengan kelajuan v, ke dalam bandul balistik bermassa m_2. carilah ketinggian maksimum yang dicapai bandul jika peluru menembus bandul dan muncul dengan kelajuan ½ v!

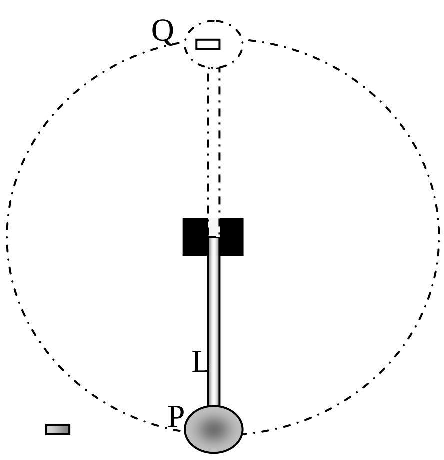


Jawab :

$$m_P v_P + m_B v_B = m_P v_P' + m_B v_B'$$
$$m_1 v + m_2 .0 = m_1 \frac{1}{2} v + m_2 v_B'$$
$$m_1 v = m_1 \frac{1}{2} v + m_2 v_B'$$
$$m_2 v_B' = m_1 v - \frac{1}{2} m_1 v$$
$$m_2 v_B' = \frac{1}{2} m_1 v$$
$$v_B' = \frac{m_1 v}{2m_2}$$

$$E_{K_P} + E_{P_P} = E_{K_Q} + E_{P_Q}$$
$$\frac{1}{2} m_B v_B'^2 + 0 = 0 + mgh_{maks}$$
$$\frac{1}{2} m_B v_B'^2 = m_B g h_{maks}$$
$$\frac{1}{2} m_2 \left(\frac{m_1 v}{2m_2} \right)^2 = m_2 g h_{maks}$$
$$\frac{1}{2} \left(\frac{m_1 v}{2m_2} \right)^2 = g h_{maks}$$
$$\frac{1}{2} \frac{m_1^2 v^2}{4m_2^2} = g h_{maks}$$
$$h_{maks} = \frac{m_1^2 v^2}{8 g m_2^2}$$

(16) Sebuah peluru bermassa m1 ditembakkan dengan kelajuan v ke dalam bandul balistik bermassa m_2. bandul diikatkan pada tongkat panjang L yang sangat ringan yang dipasang pada sumbu diujung lainnya. Peluru dihentikan dalam bandul, carilah v minimum yang dapat menyebabkan bandul berayun satu lingkaran penuh!



agar dapat berayun satu kali putara, bandul minimal harus sampai pada ketinggian maksimal h = 2L.

$$m_P v_P + m_B v_B = (m_P + m_B) v_B'$$
$$m_1 v + 0 = (m_1 + m_2) v_B'$$
$$m_1 v = (m_1 + m_2) v_B'$$
$$v_B' = \frac{m_1}{(m_1 + m_2)} v$$

$$E_{K_P} + E_{P_P} = E_{K_Q} + E_{P_Q}$$

$$\frac{1}{2} m_{tot} v_B^{'2} + 0 = 0 + m_{tot} g h$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} v\right)^2 = (m_1 + m_2) g h$$

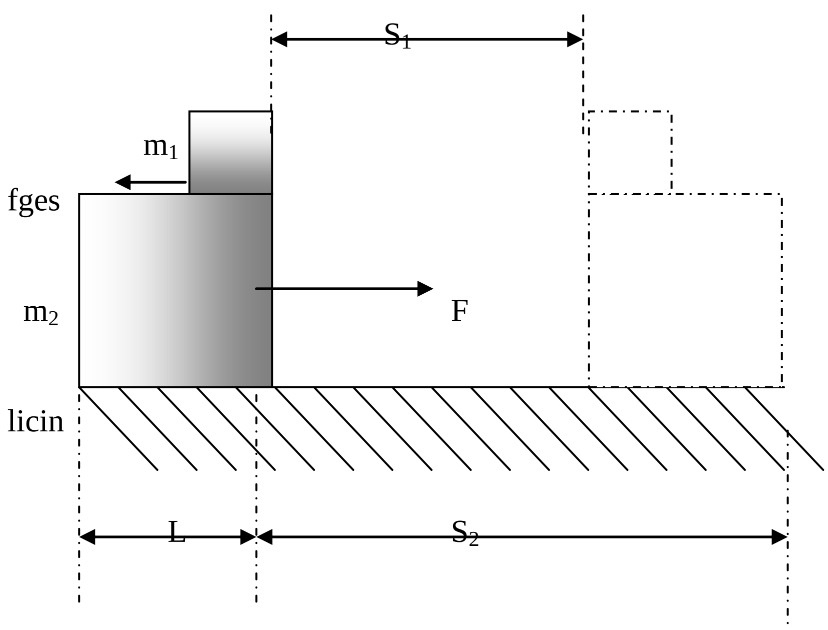
$$\frac{1}{2}\frac{m_1^2 v^2}{(m_1 + m_2)^2} = g.2L$$

$$v^2 = \frac{(m_1 + m_2)^2}{m_1^2} 4gL$$

$$v = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)^2}{m_1^2} 4gL}$$

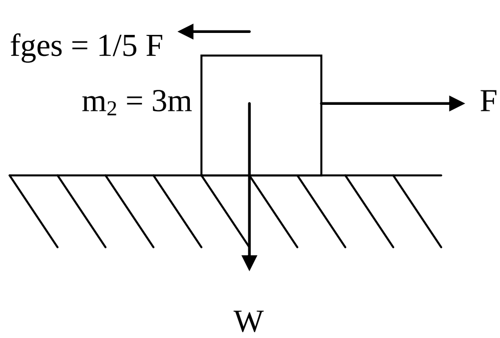
$$v = \frac{2(m_1 + m_2)}{m_1}\sqrt{gL}$$

(17) Logam berbentuk kubus dengan massa benda satu $m_1 = m$ ditaruh diatas kubus logam lain yang lebih besar dengan massa $m_2 = 3m$ dan sisi-sisinya L meter. Apabila gaya F dikerjakan pada kubus yang besar sedangkan gesekan maksium antara kedua permukaan kubus fges = 1/ 5 F, maka suatu saat kubus kecil akan jatuh ke lantai. Waktu yang diperlukan sampai kubus kecil jatuh dilantai sejak gaya diberikan adalah!



Jawab :

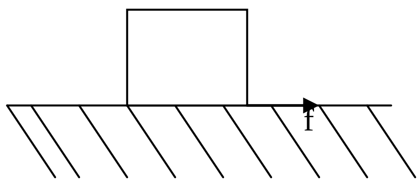
Tinjau benda m_2 :



$$\sum F_2 = m_2 a_2$$
$$F - f_{ges} = m_2 a_2$$
$$F - \frac{1}{5}F = 3ma_2$$
$$\frac{4}{5}F = 3ma_2$$
$$a_2 = \frac{4}{15}\frac{F}{m}$$

Perhatikan! Arah gaya gesek f = 1/5 F adalah ke kiri, tidak ke kanan! Karena benda m_2 bergerak ke kanan maka gaya gesek yang ada (dengan benda m_1) arahnya harus tetap berlawanan, terhadap arah gerak benda m_2. jangan terkecoh

Tinjauan benda m_1



$$\sum F_1 = m_1 a_1$$
$$f_{ges} = m_1 a_1$$
$$\frac{1}{5}F = m_1 a_1$$
$$a_1 = \frac{1}{5}\frac{F}{m}$$

Perhatikan, arah gaya f diatas! Terhadap benda m_1, arah gaya gesek harus berlawanan dengan arah gerak benda m_1. benda m_1 dan m_2, sampai pada saat benda m_1 meninggalkan m_2, keduanya bergerak dengan GLBB

$$S_1 = v_o t + \frac{1}{2}a_1 t^2$$
$$= 0 + \frac{1}{2}\frac{1}{5}\frac{F}{m}t^2$$
$$= \frac{1}{10}\frac{F}{m}t^2$$

Jadi :

$$S_2 = v_o t + \frac{1}{2}a_2 t^2$$
$$= 0 + \frac{1}{2}\frac{4}{15}\frac{F}{m}t^2$$
$$= \frac{2}{15}\frac{F}{m}t^2$$

Pada saat m1 meninggalkan m_2 maka S_2-S_1 = panjang sisi kubus 2 = L

Artinya, panjang lintasan yang ditempuh oleh m_1 adalah sepanjang sisi kubus m_2

Jadi

$$S_2 - S_1 = L$$

$$\frac{2}{15}\frac{F}{m}t^2 - \frac{1}{10}\frac{F}{m}t^2 = L$$

$$\left(\frac{2}{15} - \frac{1}{10}\right)\frac{F}{m}t^2 = L$$

$$\left(\frac{4}{30} - \frac{3}{30}\right)\frac{F}{m}t^2 = L$$

$$\frac{1}{30}\frac{F}{m}t^2 = L$$

$$t^2 = \frac{30Lm}{F}$$

$$t = \sqrt{\frac{30Lm}{F}}$$

Waktu yang diperlukan m_1 (dari saat lepas bidang m_2 sampai lantai)

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

$$t^2 = \frac{2h}{g}$$

$$t^2 = \frac{2L}{g}$$

$$t = \sqrt{\frac{2L}{g}}$$

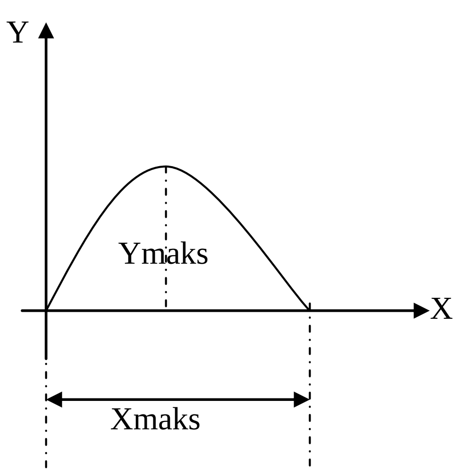
(ingat h = L panjang sisi kubus. Jadi waktu yang diperlukan sampai kubus kecil jatuh ke lantai sejak gaya diberikan ialah

$$t_{tot} = \sqrt{\frac{30Lm}{F}} + \sqrt{\frac{2L}{g}}$$

(18) Carilah sudut lemparan sedemikian sehingga ketinggian maksimum sebuah proyektil sama dengan jangkauan horizontalnya!

Jawab :

Grafik lintasan gerak proyektil



$$Y_{maks} = X_{maks}$$

$$\frac{v_o^2 \sin^2\alpha}{2g} = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$$\sin^2\alpha = 2\sin 2\alpha$$

$$\sin^2\alpha = 2.2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\sin\alpha = 4\cos\alpha$$

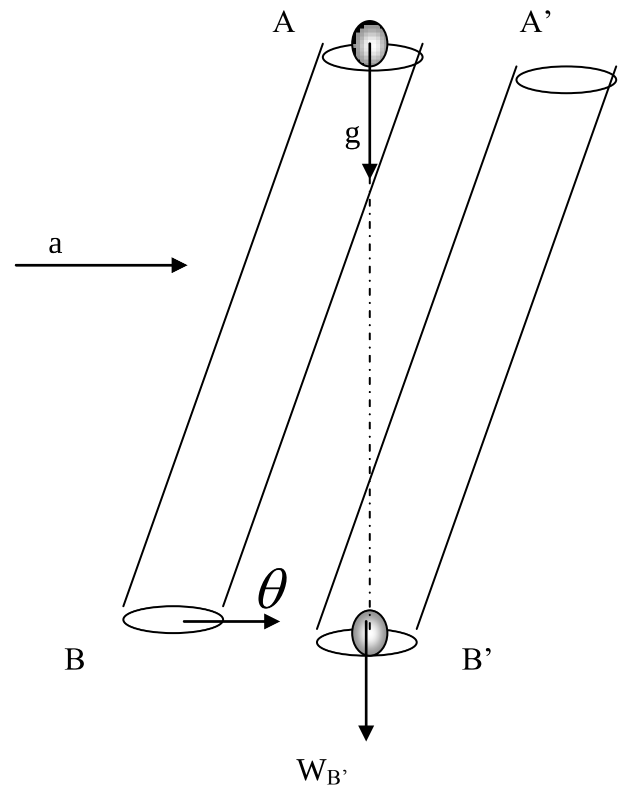
$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 4$$

$$tg\,\alpha = 4$$

$$\alpha = arctg\,4$$

$$\alpha \approx 76^o$$

(19) Suatu kelereng dijatuhkan bebas mulai dilepas di A dari tabung AB yang condong θ terhadap mendatar. Supaya kelereng dapat jatuh keluar dari lubang bawah B dan tanpa menyentuh pipa, carilah percepatan mendatar tabung yang harus diberikan!



Misalkan pada saat kelereng dilepas di A tabung berada di AB dan pada saat kelereng mulai keluar dari tabung, tabung di A'B'.

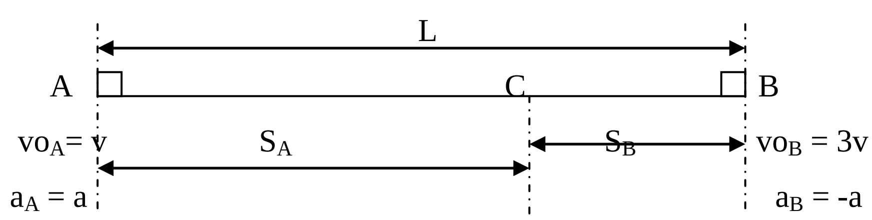
$$\left.\begin{array}{l} AB' = \tfrac{1}{2} gt^2 \\ BB' = \tfrac{1}{2} at^2 \end{array}\right\}$$

$$tg\,\theta = \frac{AB'}{BB'} = \frac{\frac{1}{2}gt^2}{\frac{1}{2}at^2} = \frac{g}{a}$$

$$a = \frac{g}{tg\,\theta}$$

(20) Dua titik zat A dan B masing-masing berjarak L m. titik zat A bergerak menuju ke B dengan kecepatan awal v m/s dan dipercepat a m/s^2. setelah 2 sekon kemudian lalu B bergerak menuju A dengan kecepatan awal 3v m/s dan diperlambat beraturan –a m/s^2. bilamana dan dimana mereka saling bertemu?

Jawab :



misalkan titik zat A dan B setelah masing-masing selama t_A dan t_B sekon serta menempuh jarak S_A dan S_B saling bertemu di C

maka syarat A dan B bertemu ialah

$$S_A + S_B = AB$$

$$\left[v_{o_A} t_A + \frac{1}{2} a_A t_A^2\right] + \left[v_{o_B} t_B + \frac{1}{2} a_B t_B^2\right] = L$$

$$\left[vt_A + \frac{1}{2} at_A^2\right] + \left[3v(t_A - 2) - \frac{1}{2} a(t_A - 2)^2\right] = L$$

$$vt_A + \frac{1}{2} at_A^2 + 3vt_A - 6v - \frac{1}{2} a(t_A^2 - 4t_A + 4) = L$$

$$vt_A + \frac{1}{2} at_A^2 + 3vt_A - 6v - \frac{1}{2} at_A^2 + 2at_A - 2a) = L$$

$$4vt_A - 6v + 2at_A - 2a = L$$

$$4vt_A + 2at_A = L + 6v + 2a$$

$$t_A(4v + 2a) = L + 6v + 2a$$

$$t_A = \frac{L + 6v + 2a}{(4v + 2a)}$$

$$t_B = t_A - 2$$

$$= \frac{L + 6v + 2a}{(4v + 2a)} - 2$$

$$= \frac{L + 6v + 2a}{(4v + 2a)} - \frac{2(4v + 2a)}{(4v + 2a)}$$

$$= \frac{L + 6v + 2a - 8v - 4a}{4v + 2a}$$

$$= \frac{L - 2v - 2a}{4v + 2a}$$

$$S_A = v_{o_A} t_A + \frac{1}{2} a_A t_A^2$$

$$= v\left(\frac{L + 6v + 2a}{4v + 2a}\right) + \frac{1}{2} a\left(\frac{L + 6v + 2a}{4v + 2a}\right)^2$$

$$= \frac{2v(L + 6v + 2a)(4v + 2a) + a(L + 6v + 2a)^2}{2(4v + 2a)^2}$$

$$= \frac{2v(4Lv + 2aL + 24v^2 + 12va + 8va + 4a^2) + a(L + 6v + 2a)(L + 6v + 2a)}{2(4v + 2a)(4v + 2a)}$$

$$= \frac{2v(4Lv + 2aL + 24v^2 + 20va + 4a^2) + a(L^2 + 6Lv + 2aL + 6Lv + 36v^2 + 12av + 2aL + 12av + 4a^2)}{2(16v^2 + 16av + 4a^2)}$$

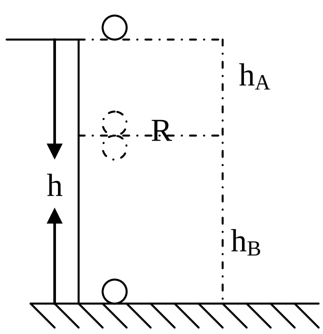
$$= \frac{8Lv^2 + 4avL + 24v^3 + 40av^2 + 8a^2v + a(L^2 + 12Lv + 4aL + 36v^2 + 24av + 4a^2)}{32v^2 + 32av + 8a^2}$$

$$= \frac{8Lv^2 + 4avL + 24v^3 + 40av^2 + 8a^2v + aL^2 + 12avL + 4a^2L + 36av^2 + 24a^2v + 4a^3}{32v^2 + 32av + 8a^2}$$

$$= \frac{8Lv^2 + 16avL + 24v^3 + 76av^2 + 32a^2v + aL^2 + 4a^2L + 4a^3}{32v^2 + 32av + 8a^2}$$

$$S_B = v_{o_B} t_B + \frac{1}{2} a_B t_B^2$$
$$= 3v\left(\frac{L-2v-2a}{4v+2a}\right) - \frac{1}{2} a\left(\frac{L-2v-2a}{4v+2a}\right)^2$$
$$= \frac{2.3v(L-2v-2a)(4v+2a)}{2(4v+2a)^2} - \frac{a(L-2v-2a)(L-2v-2a)}{2(4v+2a)^2}$$
$$= \frac{6v(4Lv+2aL-8v^2-4av-8av-4a^2)-a(L^2-2Lv-2aL-2Lv+4v^2+4av-2aL+4av+4a^2)}{2(16v^2+16av+4a^2)}$$
$$= \frac{6v(4Lv+2aL-8v^2-12av-4a^2)-a(L^2-4Lv-4aL+4v^2+8av+4a^2)}{32v^2+32av+8a^2}$$
$$= \frac{24Lv^2+12avL-48v^3-72av^2-24a^2v-aL^2+4avL+4a^2L-4av^2-8a^2v-4a^3}{32v^2+32av+8a^2}$$
$$= \frac{24Lv^2+16avL-48v^3-76av^2-32a^2v-aL^2+4a^2L-4a^3}{32v^2+32av+8a^2}$$

(21) Bola A dijatuhkan dari puncak sebuah bangunan pada saat yang sama bola B dilemparkan secara vertical keatas dari tanah ketika bola bertumbukan, keduanya sedang bergerak dalam arah berlawanan dan kelajuan A dua kali kelajuan B. pada berapa bagian dari bangunan tumbukan itu terjadi?



jawab : misalkan kedua bola bertumbukan di R, karena kedua bola dilepaskan dan ditembakan pada saat yang sama, maka untuk syarat terjadinya tumbukan ialah $t_A = t_B$, dimana t_A ialah waktu yang dibutuhkan bola A sampai di R dan t_B ialah waktu yang dibutuhkan bola B sampai di R.

untuk bola A

$$h_A = \frac{1}{2} g t_A^2$$
$$h - h_B = \frac{1}{2} g t_A^2$$
$$t_A^2 = \frac{2(h-h_B)}{g} \text{......(1)}$$

Untuk bola B

$$v_{t_B} = v_{o_B} - gt$$

Namun ketika terjadi tumbukan v_{tB} menjadi nol

$$0 = v_{o_B} - gt$$
$$gt = v_{o_B}$$
$$t = \frac{v_{o_B}}{g}, \_ v_{o_B} = \frac{h_B}{t}$$
$$t = \frac{h_B v_{o_B}}{gt}$$
$$t^2 = \frac{h_B v_{o_B}}{g} \text{.....(2)}$$

Dari persamaan 1 dan 2 kita dapatkan

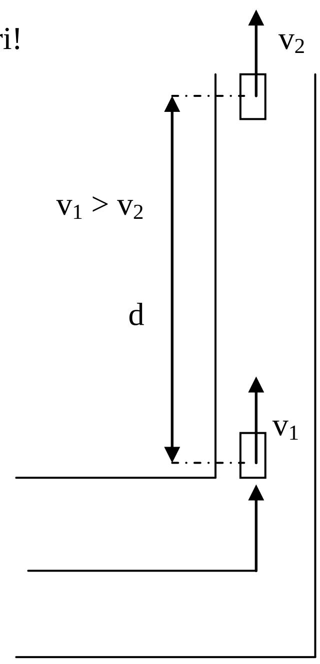
$$\frac{2(h-h_B)}{g}=\frac{h_B}{g}$$

$$2h-2h_B=h_B$$

$$2h=3h_B$$

$$h_B=\frac{2}{3}h$$

(22) Ketika sebuah mobil bergerak dengan kelajuan v_1 membelok dari sebuah pojok, pengemudi melihat mobil lain bergerak dengan kelajuan lebih rendah v_2 pada jarak d didepan. Jika percepatan maksimum yang dapat ditimbulkan rem pengemudi adalah a, tunjukkan bahwa jarak d harus lebih besar dari $\frac{(v_1-v_2)^2}{2a}$ jika tmbukan harus dihindari!



jawab :

mobil 1 bergerak dan membelok menyusul mobil 2, kecepatan mobil 1 lebih besar dari pada mobil 2, maka agar tumbukan tidak terjadi pada jarak d ialah $d=\frac{1}{2}at^2$ dimana a ialah percepatan moebil satu dan t ialah waktu yang dibutuhkan mobil 1 dan 2 sampai di suatu ketika kedua mobil akan saling bertumbukan $a=\frac{\Delta V}{t}=\frac{v_1-v_2}{t}\rightarrow t=\frac{v_1-v_2}{a}$

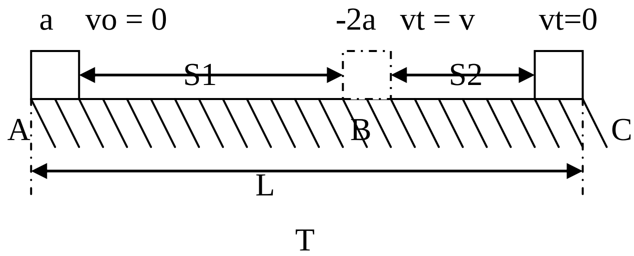
$$d=\frac{1}{2}at^2$$

$$=\frac{1}{2}a\left(\frac{v_1-v_2}{a}\right)^2$$

$$=\frac{1}{2}a\frac{(v_1-v_2)^2}{a^2}$$

$$=\frac{(v_1-v_2)^2}{2a}$$

(23) Sebuah mobil mempunyai percepatan maksimum a, yang tetap konstan sampai kelajuan tinggi dan mobil mempunyai perlambatan maksimum 2a. mobil harus menempuh jarak yang pendek L dimulai dan berakhir dalam keadaan diam, dalam waktu minimum T (jaraknya adalah sedemikian pendek hingga mobil takpernah dapat mencapa kelajuan teratas). Setelah berapa bagian dari L, pengendara harus memindahkan kakinya dari pedal gas ke rem, dan berapa bagian dari waktu untuk perjalanan itu telah berlalu dititik ini!



Jawab :

Waktu yang dibutuhkan A-B

$$a_1 = \frac{\Delta v}{t_1}$$

$$t_1 = \frac{\Delta v}{a_1}$$

$$t_1 = \frac{v-0}{a}$$

$$t_1 = \frac{v}{a}$$

waktu yang dibutuhkan B-C

$$a_2 = \frac{\Delta v}{t_2}$$

$$t_2 = \frac{\Delta v}{a_2}$$

$$t_2 = \frac{0-v}{-2a}$$

$$t_2 = \frac{v}{2a}$$

Gerak AB

$$S_1 = v_o t + \frac{1}{2} a t_1^2$$

$$= 0 + \frac{1}{2} a \left(\frac{v}{a}\right)^2$$

$$= \frac{v^2}{2a}$$

Gerak BC

$$S_2 = v_o t_2 + \frac{1}{2} a_2 t_2^2$$

$$= v\frac{v}{2a} + \frac{1}{2}(-2a)\left(\frac{v}{2a}\right)^2$$

$$= \frac{v^2}{2a} - \frac{v^2}{4a}$$

$$= \frac{2v^2}{4a} - \frac{v^2}{4a}$$

$$= \frac{v^2}{4a}$$

$$L = S_1 + S_2$$

$$= \frac{v^2}{2a} + \frac{v^2}{4a}$$

$$= \frac{2v^2}{4a} + \frac{v^2}{4a}$$

$$= \frac{3v^2}{4a}$$

$$\frac{S_1}{L} = \frac{\frac{v^2}{2a}}{\frac{3v^2}{4a}}$$

$$\frac{S_1}{L} = \frac{4a}{2a}\frac{v^2}{3v^2}$$

$$S_1 = \frac{2}{3}L$$

$$T = t_1 + t_2$$

$$= \frac{v}{a} + \frac{v}{2a}$$

$$= \frac{2v}{2a} + \frac{v}{2a}$$

$$= \frac{3v}{2a}$$

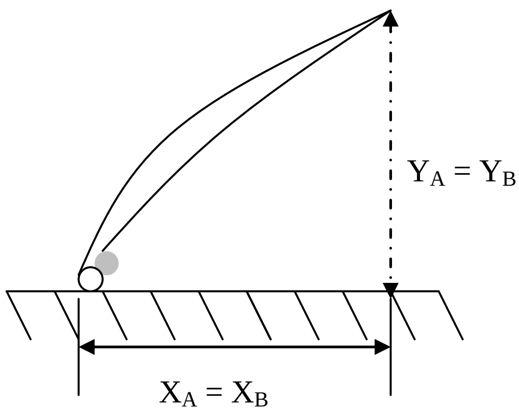
$$\frac{t_1}{T} = \frac{\frac{v}{a}}{\frac{3v}{2a}}$$

$$\frac{t_1}{T} = \frac{2a}{a}\frac{v}{3v}$$

$$t_1 = \frac{2}{3}T$$

(24) Sebuah peluru A ditembakkan dengan sudut elevasi α_1 , setelah waktu T, peluru B ditembakkan dengan sudut elevasi α_2 , kecepatan awal kedua peluru sama yaitu v_o . hitung T agar kedua peluru bertumbukan di udara!

Jawab:



Syarat kedua bola dapat bertumbukan di udara jika $X_A = X_B$ dan $Y_A = Y_B$

$$X_A = X_B$$
$$v_{o_A} \cos\alpha_1 t_A = v_{o_B} \cos\alpha_2 t_B$$
$$v_o \cos\alpha_1 T_A = v_o \cos\alpha_2 (T_A - T)$$
$$\cos\alpha_1 T_A = \cos\alpha_2 T_A - \cos\alpha_2 T$$
$$\cos\alpha_2 T = \cos\alpha_2 T_A - \cos\alpha_1 T_A$$
$$\cos\alpha_2 T = T_A(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)$$
$$T_A = \frac{T\cos\alpha_2}{\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1}$$

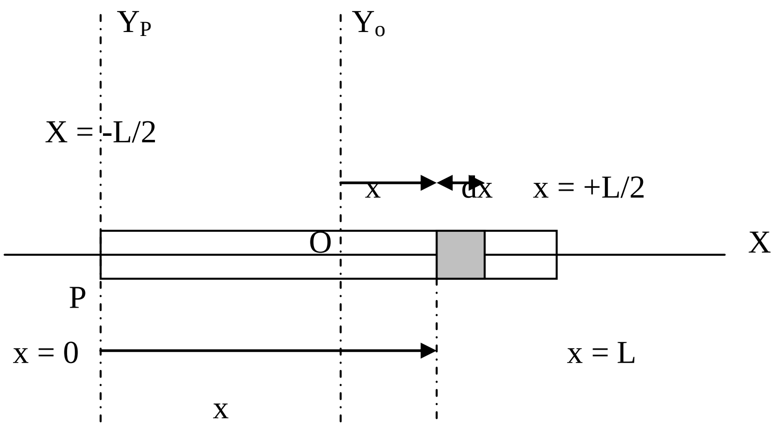
$$Y_A = Y_B$$
$$v_{o_A} t_A - \frac{1}{2} g t_A^2 = v_{o_B} t_B - \frac{1}{2} g t_B^2$$
$$v_o T_A - \frac{1}{2} g t_A^2 = v_o (T_A - T) - \frac{1}{2} g (T_A - T)^2$$
$$v_o T_A - \frac{1}{2} g t_A^2 = v_o T_A - v_o T - \frac{1}{2} g (T_A^2 - 2TT_A + T^2)$$
$$-\frac{1}{2} g t_A^2 = -v_o T - \frac{1}{2} g t_A^2 + gTT_A - \frac{1}{2} g T^2$$
$$v_o T + \frac{1}{2} g T^2 = gTT_A$$
$$v_o + \frac{1}{2} gT = gT_A$$
$$v_o + \frac{1}{2} gT = g\frac{T\cos\alpha_2}{\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1}$$
$$\frac{1}{2} gT - \frac{gT\cos\alpha_2}{\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1} = v_o$$
$$T\left(\frac{g}{2} - \frac{g\cos\alpha_2}{\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1}\right) = v_o$$
$$T\left(\frac{g(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)}{2(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)} - \frac{2g\cos\alpha_2}{2(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)}\right) = v_o$$
$$T\left(\frac{g\cos\alpha_2 - g\cos\alpha_1 - 2g\cos\alpha_2}{2(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)}\right) = v_o$$
$$T\left(\frac{-g\cos\alpha_2 - g\cos\alpha_1}{2(\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1)}\right) = v_o$$
$$T\left(\frac{-g(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)}{-2(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)}\right) = v_o$$
$$T\left(\frac{g(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)}{2(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)}\right) = v_o$$
$$T = \frac{2v_o(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)}{(\cos\alpha_1 + \cos\alpha_2)}$$

(25) Sebuah batang homogen memiliki massa M dan panjang L. tentukan momen inersia batang terhadap poros melalui:

(a) titik tengah batang

(b) titik ujung batang

jawab :



bayangkan batang homogen terdiri atas berbagai elemen dx yang memiliki koordinat x terhadap poros. Untuk poros melalui titik tengah batang (titik O), koordinat x mulai dari –L/2 sampai dengan +L/2 (kasus a). untuk poros melalui titik ujung batang (titik P), koordinat x mulai dari 0 sampai dengan L(kasusb)

bayangkan batang homogen terdiri atas berbagai elemen dx yang memiliki koordinat x terhadap poros. Momen inersia batang dapat dihitungg dengan persamaan

$$I = \int r^2 dm$$

Dengan r = x dan dm = M/L dx maka persamaan menjadi

$$I = \int x^2 \left(\frac{M}{L} dx\right) = \frac{M}{L} \int x^2 dx$$

$$I = \frac{M}{L}\left(\frac{x^3}{3}\right)$$

(a) untuk poros melalui titik tengah batang (kasus a) pada gb diatas, sumbu tegak yaitu melalui O adalah Yo dan tampak bahwa koordinat x mulai dari x = -L/2 sampai dengan x = +L/2. karena itu momen inersia batang tehadap poros melalui titik tengah batang yang diperoleh dari persamaan diatas adalah :

$$I = \frac{M}{L}\left(\frac{x^3}{3}\right)_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}}$$

$$= \frac{M}{3L}\left[\left(\frac{L}{2}\right)^3 - \left(-\frac{L}{2}\right)^3\right]$$

$$= \frac{M}{3L}\left[\frac{L^3}{8} + \frac{L^3}{8}\right]$$

$$= \frac{2ML^3}{24L}$$

$$= \frac{ML^3}{12L}$$

$$= \frac{1}{12} ML^2$$

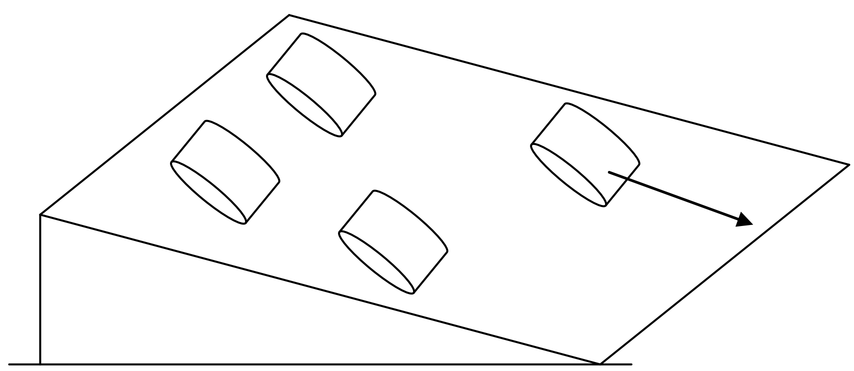
(b) untuk poros melalui titik ujung batang (kasus b) sumbu tegak yang melalui P adalah Yp dan yang tampak bahwa joordinat x mulai dari x = 0 sampai dengan x = L. karena itu momen inersia batang terhadap poros melalui titik ujung batang yang diperoleh dari persamaan diatas adalah

$$I = \frac{M}{L}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^L$$

$$= \frac{M}{3L}\left(L^3 - 0\right)$$

$$I = \frac{1}{3}ML^2$$

(26) Sebuah silinder homogen dengan jari-jari R dan massa m berada dipuncak suatu bidang miring. Manakah yang kelajuannya lebih besar saat tiba didasar bidang miring, silinder yang meluncur tanpa gesekan atau silinder yang menggelinding?



Jawab : untuk silinder yang meluncur tanpa gesekan, hokum kekekalan energi memberikan :

$$EP_{Puncak} + EK_{Puncak} = EP_{Dasar} + EK_{dasar}$$

$$mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$gh = \frac{1}{2}v^2$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

Untuk silinder yang menggelinding, energi kinetic di dasar bidang adalah gabungan energi kinetic translasi dan rotasi sehingga hokum kekekalan energi memberikan :

$$EP_{Puncak} + EK_{Puncak} = EP_{Dasar} + EK_{Dasar}$$

$$mgh + 0 = 0 + \left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2\right)$$

Untuk silinder pejal, $I = \frac{1}{2}mR^2$, dan $v = \omega R$ atau $\omega = \frac{v}{R}$, sehingga persamaan menjadi :

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR^2\right)\left(\frac{v}{R}\right)^2$$

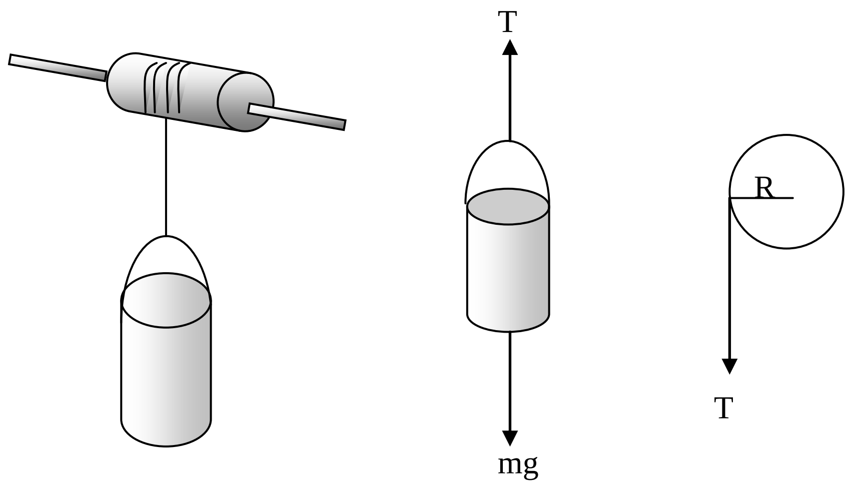
$$gh = \frac{1}{2}v^2 + \frac{1}{4}v^2$$

$$gh = \frac{3}{4}v^2$$

$$v^2 = \frac{4gh}{3}$$

$$v = \sqrt{\frac{4gh}{3}}$$

(27) Timba yang diikat pada seutas tali yang terhubung pada kerekan silinder. Sebuah kerekan silinder dengan jari-jari R dan momen inersia I bebas berputar tanpa gesekan terhadap suatu poros. Seutas tali dengan massa dapat diabaikan dililitkan pada silinder dan diikatkan ke sebuah timba bermassa m. ketika timba dibebaskan, timba dipecepat ke bawah akibat gaya gravitasi. Tentikan percepatan timba.



(a) (b) (c)

Jawab:

Pertama, kita tinjau diagram gaya pada timba (gambarb). Timba hanya bergerak translasi ke bawah. Karena itu kita menggunakan hokum II Newton untuk gerak translasi $\sum F = ma$. Karena timba bergerak ke bawah, maka kita tetapkan arah gaya ke bawah bertanda positif.

$$\sum F = ma$$

$$+mg - T = ma ....(1)$$

Selanjutnya, kita tinjau diagram gaya pada kerekan. Kerekan silinder hanya bergerak rotasi akibat momen gaya yang dihasilkan oleh tegangan tali T terhadap poros silinder. Hokum II Newton untuk gerak rotasi memberikan :

$$\sum \tau = I\alpha \_ dengan \_ \alpha = \frac{a}{R}$$

$$TR = I\left(\frac{a}{R}\right)$$

$$T = \frac{Ia}{R^2} ....(2)$$

Dengan memasukkan T dari persamaan 2 ke persamaan 1, kita peroleh percepatan timba

$$mg - \frac{Ia}{R^2} = ma$$

$$mg = ma + \frac{Ia}{R^2}$$

$$mg = a\left(m + \frac{I}{R^2}\right)$$

$$mg = a\left(\frac{m^2R^2 + mI}{mR^2}\right)$$

$$mg = ma\left(\frac{mR^2 + I}{mR^2}\right)$$

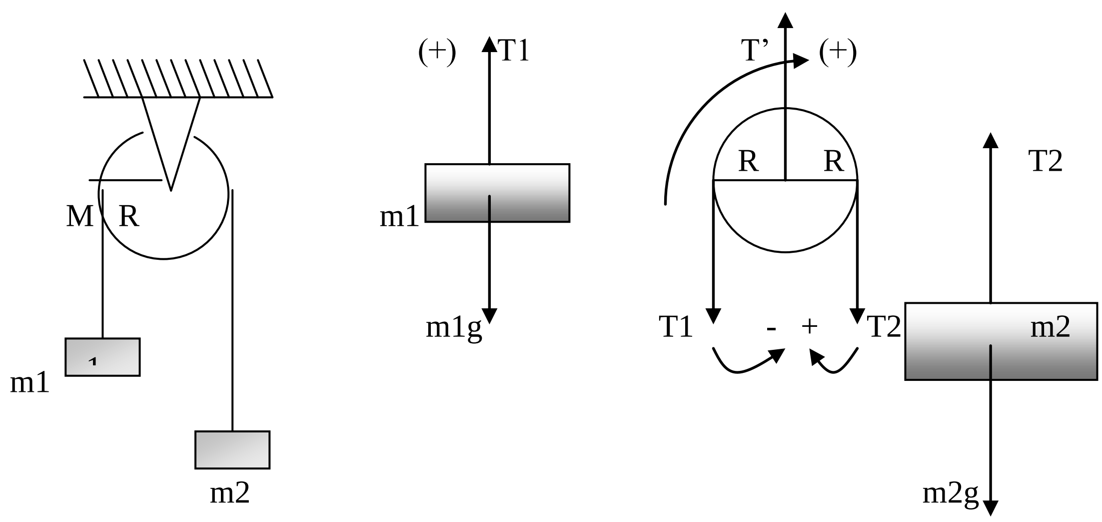
$$g = a\left(1 + \frac{I}{mR^2}\right)$$

$$a = \frac{g}{\left(1 + \frac{I}{mR^2}\right)}$$

(28) Sebuah katrol yang massanya M dan jari-jarinya R dililitkan dengan seutas tali. Pada ujung-ujung tali terikat benda yang massanya m1 dan m2 (m2 > m1). Tentukan percepatan masing-masing benda bila :

(a) katrol dapat dianggap licin sehingga tali meluncur pada katrol

(b) katrol ikut berputar dengan tali



(a) (b) (c) (d)

jawab :

(a) untuk kasus katrol licin, katrol tidak berputar bersama tali (katrol diam), sehingga $\alpha = 0$. kita tinjau dahulu diagral gaya pada katrol (gambar c). dengan menetapkan arah searah dengan jarum jam adalah positif, maka gaya T1 menghasilkan momen –T1R (berlawanan arah jarum jam) dan gaya T2 menghasilkan momen +T2R(searah jarum jam). Hukum II Newton untuk geak rotasi memberikan :

$$\sum \tau = I\alpha = 0\_sebab\_\alpha = 0$$

$$-T_1R + T_2R = 0$$

$$T_2R = T_1R$$

$$T_2 = T_1 = T$$

Tinjau diagram gaya pada benda m1 (gambar b) dan benda m2 (gambar c). karena m2 > m1, maka m1 akan bergerak ke atas dan m2 akan bergerak ke bawah. Oleh karena itu, untuk benda m1 kita tetapkan arah ke atas sebagai positif, dan untuk benda m2 kita tetapkan arah ke bawah sebagai positif. Hokum II Newton untuk gerak translasi m1 dan m2 memberikan :

$$\sum F = m_1a_1 \qquad\qquad \sum F = m_2a_2$$

$$+T_1 - m_1g = m_1a_1 \qquad\qquad +m_2g - T_2 = m_2a_2$$

Dengan T1 = T2 = T dan a1 = a2 = a, kita peroleh

$$T - m_1g = m_1a.....(1) \qquad\qquad -T + m_2g = m_2a.....(2)$$

Dengan menjumlahkan persamaan (1) dan (2) kita peroleh

$$T - m_1 g = m_1 a.....(1)$$
$$-T + m_2 g = m_2 a.....(2) \quad +$$

$$-m_1 g + m_2 g = m_1 a + m_2 a$$
$$(m_2 - m_1)g = (m_1 + m_2)a$$
$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$$

(c) Untuk katrol itu berputar bersama tali persamaan (1) dan (2) yang diperoleh dari (a) tetap. Yang berbeda adalah hokum II Newton untuk gerak rotasi pada katrol karena $\alpha \neq 0$.

Diagram gaya pada katrol :

$$\sum \tau = I\alpha$$
$$T_2 R - T_1 R = I\alpha........(3)$$

Sekarang perhatikan besaran-besaran yang akan menghubungkan persamaan (1), (2), dan (3)

$$a_1 = a_2 = a$$
$$\alpha = \frac{a}{R}$$

Untuk katrol dianggap berbentuk silinder pejal, $I = \frac{1}{2}MR^2$

Persamaan menjadi :

$$T_1 - m_1 g = m_1 a.............(1)$$
$$m_2 g - T_2 = m_2 a............(2)$$
$$(T_2 - T_1)R = I\frac{a}{R}............(3)$$
$$(T_2 - T_1)R = \left(\frac{1}{2}MR^2\right)\frac{a}{R}$$
$$T_2 - T_1 = \frac{1}{2}Ma$$

atau

$$T_1 - T_2 = -\frac{1}{2}Ma.......(4)$$

Dengan menjumlahkan persamaan (1) dan (2) kita peroleh :

$$T_1 - m_1 g = m_1 a$$
$$m_2 g - T_2 = m_2 a$$
$$T_1 - T_2 + (m_2 - m_1)g = (m_1 + m_2)a$$
$$T_1 - T_2 = (m_1 + m_2)a - (m_2 - m_1)g........(5)$$

Dengan memasukkan T1-T2 dari persamaan (3) ke persamaan (5), kita peroleh

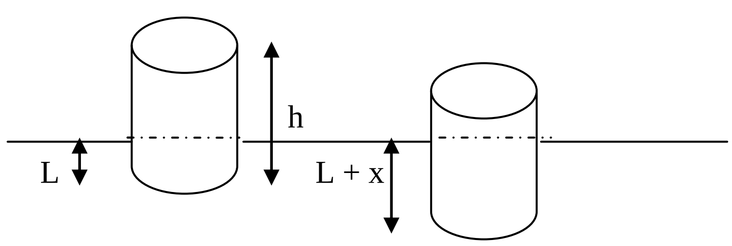
$$-\frac{1}{2}Ma = (m_1 + m_2)a - (m_2 - m_1)g$$

$$(m_2 - m_1)g = (m_1 + m_2)a + \frac{1}{2}Ma$$

$$(m_2 - m_1)g = \left(m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M\right)a$$

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M}$$

(29) Gambar dibawah menunjukkan benda setinggi h yang pada keadaan seimbang mengapung di atas permukaan air, dengan panjang bagian yang tercelup adalah L. jika benda ditekan vertical ke bawah sedalam x, kemudian dilepaskan, tentukanlah periode getaran harmonic benda yang mengayun di atas permukaan air(massa jenis air = ρ massa jenis benda = d, dan percepatan gravitasi = g)



(a) (b)

Jawab : Tentukan dahulu gaya pemulih pada kasus ini, yaitu berat air sedalam x yang dipindahkan (oleh benda). Dengan menyamakan gaya pemulih ini dengan gaya dari hokum II Newton : $F = ma_y = -m\omega^2$ periode T dapat ditentukan.

Pada gambar diatas benda seimbang (tidak bergerak). Ketika benda ditekan vertical ke bawah sedalam x, terjadilah ketidakseimbangan. Gaya pemulih (F) sama dengan berat air sedalam x yang dipindahkan oleh benda. Karena berat air Wx sama dengan hasil kali volum Vx dan berat jenis air (ρg), dan volum Vx sama dengan hasil kali luas penampang A dengan kedalaman x, maka kita peroleh :

Gaya pemulih, $F = -W_X$

$$F = -V_x(\rho g)$$

$$F = -(Ax)(\rho g)\text{.......(1)}$$

Kita harus menyatakan luas penampang A dalam besaran-besaran yang diketahui dalam soal. Luas penampang A dapat kita nyatakan sebagai hasil bagi antara volum total benda V dengan tinggi total benda h. volum total benda V dapat kita nyatakan sebagai hasil bagi antara massa total benda m dengan massa jenisbenda d. jadi, kita peroleh :

$$A = \frac{V}{h} = \frac{\left(\frac{m}{d}\right)}{h} = \frac{m}{dh}\text{......(2)}$$

Jika nilai A dari persamaan 2 kita masukkan ke persamaan 1, kita dapatkan gaya pemulih

$$F = -\left(\frac{m}{dh}\right)x\rho g = -\frac{mx\rho g}{dh}$$

Dengan menyamakan gaya pemulih ini dengan gaya dari hokum II Newton $F = ma_y = -m\omega^2$ (perhatikan, simpangan y = x). periode T dapat kita tentukan.

$$-m\omega^2 x = -\frac{mx\rho g}{dh}$$

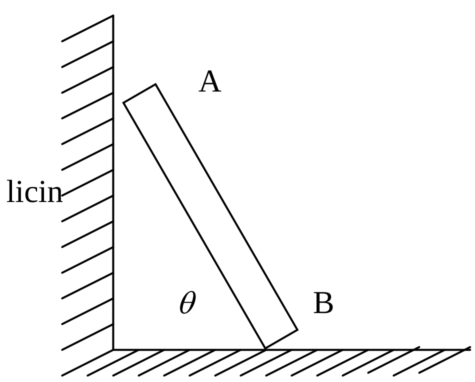
$$\omega^2 = \frac{\rho g}{dh}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho g}{dh}}$$

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{\rho g}{dh}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{dh}{\rho g}}$$

(30) Tangga homogen AB bersandar pada dinding yang licin dan bertumpu pada lantai kasar. Jika tangga tepat akan tergelincir, buktikan bahwa : $\mu = \dfrac{1}{2\tan\theta}$ dengan μ adalah koefisien gesekan lantai.



Jawab :

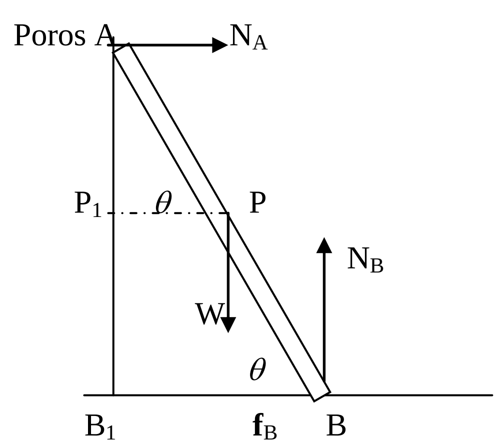
AB = L

AB1 = L sin θ

BB1 = L cos θ

AP = ½ L

PP1 = ½ L cos θ



Pada saat tangga tepat akan tergelincir, tangga masih berada dalam keadaan seimbang. Oleh karena itu soal ini masih dapat diselesaikan dengan rumus-rumus keseimbangan. Kita pisahkan tangga dan kita gambar diagram gaya pada tangga, seperti ditunjukkan pada gambar. Misalkan panjang batang = L maka titik kerja gaya berat tangga w berada di tengah-tengah batang, sehingga AP = BP = ½ L.

Gunakan syarat pertama keseimbangan

$$\sum F_y = 0$$

$$-W + N_B = 0$$

$$N_B = W$$

Karena NA tidak diketahui dan tidak ditanyakan dalam soal, maka untuk memudahkan perhitungan kita pilih titik A sebagai poros untuk menggunakan hokum kedua keseimbangan

$$\sum \tau_A = 0$$

$$+WPP_1 + f_B AB_1 - N_B BB_1 = 0$$

$$W\frac{1}{2}L\cos\theta + (\mu N_B)L\sin\theta - N_B L\cos\theta = 0$$

Masukkan nilai N_B = W maka diperoleh

$$W\frac{1}{2}L\cos\theta + \mu WL\sin\theta - WL\cos\theta = 0$$

$$\mu WL\sin\theta - \frac{1}{2}WL\cos\theta = 0$$

$$\mu WL\sin\theta = \frac{1}{2}WL\cos\theta$$

$$\mu = \frac{WL\cos\theta}{2WL\sin\theta}$$

$$\mu = \frac{1}{2\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}}$$

$$\mu = \frac{1}{2\tan\theta}$$

(31) Sebuah truk sedang bergerak pada jalan lurus mendatar dengan kecepatan v. jika koefisien gesekan antara ban dan jalan adalah , maka jarak terpendek di mana truk dapat di hentikan adalah!

Jawab :

$$a = \frac{v_t - v_o}{t}$$

$$a = \frac{0 - v}{t}$$

$$a = -\frac{v}{t}$$

$$\sum F = ma$$

$$-f_{ges} = ma$$

$$-\mu mg = ma$$

$$a = -\mu g$$

Sehingga

$$a = -\frac{v}{t} \rightarrow t = -\frac{v}{a}$$

$$t = -\frac{v}{-\mu g} \rightarrow t = \frac{v}{\mu g}$$

Sehingga jarak total yang dtempuh adalah

$$S = v_o t + \frac{1}{2}at^2$$

$$= vt + \frac{1}{2}\left(-\frac{v}{t}\right)t^2$$

$$= vt - \frac{1}{2}vt$$

$$= \frac{1}{2}vt$$

$$= \frac{1}{2}v\frac{v}{\mu g}$$

$$= \frac{v^2}{2\mu g}$$

(32) Sebuah mobil menempuh belokan pada jalan datar dengan radius r. jika kelajuan maksimum yang diperbolehkan agar mobil dapat membelok tanpa slip adalah v, maka koefisien gesekan statis antara ban mobil dengan jalan adalah?

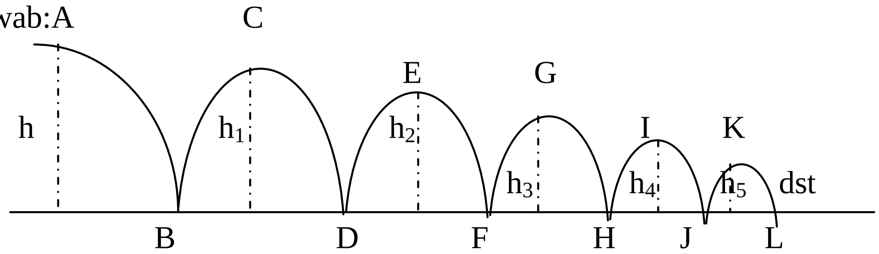
Jawab :

$$\sum F = ma$$
$$f_{ges} = ma$$
$$\mu mg = ma$$
$$a = \mu g$$

$$\sum F = f_{cen}$$
$$ma = m\frac{v^2}{r}$$
$$a = \frac{v^2}{r}$$
$$\mu g = \frac{v^2}{r}$$
$$\mu = \frac{v^2}{gr}$$

(33) Sebuah bola dijatuhkan dari ketinggian h dan kemudian memantul. Koefisien restitusi tiap kali melambung adalah e . Carilah kecepatan setelah tumbukan yang pertama dan kecepatan ketika n kali tumbukan. Tunjukkan bahwa bola akhirnya akan diam pada saat $t = \frac{1+e}{1-e}\left(\frac{2h}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$!

Jawab:



$$v_A = 0$$
$$E_{P_A} = E_{K_B}$$
$$mgh = \frac{1}{2}mv_B^2$$
$$v_B = \sqrt{2gh}$$

$$e = -\frac{(v_1' - v_2')}{v_1 - v_2}$$

v_1 = kecepatan bola = v_B

v_1'= kecepatan bola setelah memantul = v_B'

v_2 = kecepatan lantai = 0

v_2'= kecepatan lantai setelah tumbukan = 0

$$e = -\frac{(v_b' - 0)}{v_B - 0}$$
$$e = -\frac{v_b'}{v_b}$$
$$e = -\frac{v_b'}{\sqrt{2gh}}$$
$$v_b' = -e\sqrt{2gh}$$

v_B' merupakan kecepatan setelah tumbukan yang pertama mencari h_1

$$E_{P_C} = E_{K_B}$$
$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv'^2_B$$
$$gh_1 = \frac{1}{2}e^2 2gh$$
$$h_1 = \frac{1}{2}e^2 2h$$
$$h_1 = e^2 h$$

mencari v_D

$$E_{P_C} = E_{K_D}$$
$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv_D^2$$
$$ge^2 h = \frac{1}{2}v_D^2$$
$$v_D^2 = 2e^2 gh$$
$$v_D = e\sqrt{2gh}$$

mencari v_D'

$$e = -\frac{(v_1' - v_2')}{v_1 - v_2}$$
$$e = -\frac{(v_D' - 0)}{v_D - 0}$$
$$e = -\frac{v_D'}{e\sqrt{2gh}}$$
$$v_D' = -e^2\sqrt{2gh}$$

Mencari h_2

$$E_{P_E} = E_{K_D}$$
$$mgh_2 = \frac{1}{2}mv'^2_D$$
$$gh_2 = \frac{1}{2}e^4 2gh$$
$$h_2 = e^4 h$$

Mencari v_F

$$E_{P_C} = E_{K_B}$$
$$mgh_2 = \frac{1}{2}mv_F^2$$
$$ge^4 h = \frac{1}{2}v_F^2$$
$$v_F^2 = 2e^4 gh$$
$$v_F = e^2\sqrt{2gh}$$

Mencari v_F'

$$e = -\frac{(v_1' - v_2')}{v_1 - v_2}$$
$$e = -\frac{(v_F' - 0)}{v_F}$$
$$e = -\frac{v_F'}{e^2\sqrt{2gh}}$$
$$v_F' = -e^3\sqrt{2gh}$$

Dari v_B' , v_D', dan v_F' maka kecepatan n kali setelah tumbukan adalah

$$v_n' = -e^n\sqrt{2gh}$$

Mencari waktu, ketika bola diam

Gerak Bola Turun

Untuk kecepatan memiliki pola sbb:

$$v_1 = \sqrt{2gh}$$
$$v_2 = e\sqrt{2gh}$$
$$v_3 = e^2\sqrt{2gh}$$
$$v_4 = e^3\sqrt{2gh}$$
$$..............$$
$$v_n = 0$$

Jumlah V

$$v = \sqrt{2gh} + e\sqrt{2gh} + e^2\sqrt{2gh} + e^3\sqrt{2gh} + ... + 0$$
$$= \sqrt{2gh}\left(e^0 + e + e^2 + e^3 + ... + 0\right)$$
$$= \sqrt{2gh}.\frac{e^0}{1-e}$$
$$= \frac{\sqrt{2gh}}{1-e} \rightarrow v_{rata-rata} = \frac{\sqrt{2gh}}{2(1-e)}$$

Jarak S turun

$$S_{turun} = h + h_1 + h_2 + h_3 + ... + 0$$
$$= h + e^2 h + e^4 h + e^6 h + ... + 0$$
$$= h\left(e^0 + e^2 + e^4 + e^6 + ... + 0\right)$$
$$= h\frac{e^0}{1-e^2}$$
$$= \frac{h}{1-e^2}$$

Mencari t turun

$$t_{turun} = \frac{S_{turun}}{v_{rata2\_turun}}$$
$$= \frac{\frac{h}{1-e^2}}{\frac{\sqrt{2gh}}{2(1-e)}}$$
$$= \frac{2h(1-e)}{\sqrt{2gh}\left(1-e^2\right)}$$
$$= \frac{2h(1-e)}{\sqrt{2gh}(1-e)(1+e)}$$
$$= \frac{2h}{(1+e)\sqrt{2gh}}$$
$$= \frac{1}{(1+e)}\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Gerak bola turun

Untuk kecepatan memiliki pola sbb:

$$v_1 = -e\sqrt{2gh}$$
$$v_2 = -e^2\sqrt{2gh}$$
$$v_3 = -e^3\sqrt{2gh}$$
....
$$v_n = 0$$

Jumlah v adalah

$$\begin{aligned} v &= -e\sqrt{2gh} - e^2\sqrt{2gh} - e^3\sqrt{2gh} - ...... - 0 \\ &= \sqrt{2gh}\left(-e - e^2 - e^3 - .... - 0\right) \\ &= -\sqrt{2gh}\left(e + e^2 + e^3 + ... + 0\right) \\ &= -\sqrt{2gh}\left(\frac{e}{1-e}\right) \rightarrow v_{rata2naik} = -\frac{e}{2(1-e)}\sqrt{2gh} \end{aligned}$$

Jumlah jarak S naik

$$\begin{aligned} S_{naik} &= h_1 + h_2 + h_3 + ... + h_n \\ &= e^2h + e^4h + e^6h + ... + 0 \\ &= h\left(e^2 + e^4 + e^6 + ... + 0\right) \\ &= h.\frac{e^2}{1-e^2} \end{aligned}$$

Mencari t naik

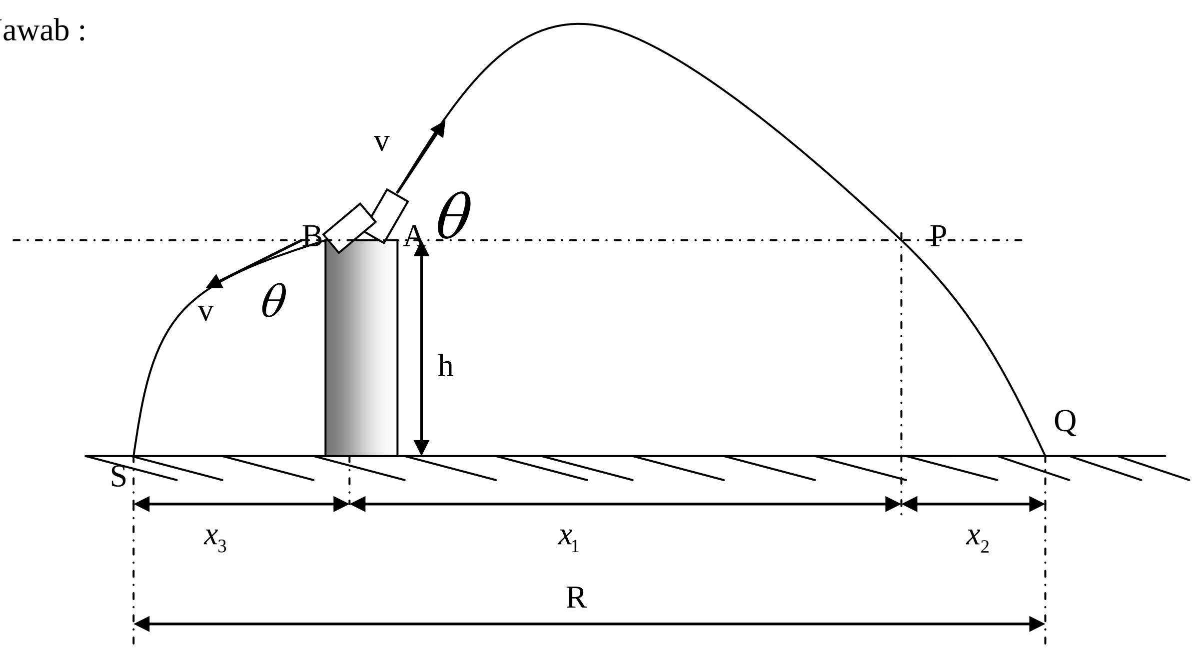
$$\begin{aligned} t_{naik} &= \frac{S_{naik}}{v_{rata2\_naik}} \\ &= \frac{\dfrac{he^2}{1-e^2}}{-\dfrac{e\sqrt{2gh}}{2(1-e)}} \\ &= -\frac{2(1-e)he^2}{e\sqrt{2gh}\left(1-e^2\right)} \\ &= -\frac{2(1-e)he}{\sqrt{2gh}(1-e)(1+e)} \\ &= -\frac{2he}{(1+e)\sqrt{2gh}} \\ &= -\frac{e}{(1+e)}\sqrt{\frac{2h}{g}} \end{aligned}$$

T total adalah :

$$\begin{aligned} t_{total} &= t_{turun} + t_{naik} \\ &= \frac{1}{(1+e)}\sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{e}{(1+e)}\sqrt{\frac{2h}{g}} \\ &= \frac{1}{(1+e)}\sqrt{\frac{2h}{g}}(1-e) \\ &= \frac{(1-e)}{(1+e)}\sqrt{\frac{2h}{g}} \end{aligned}$$

(34) Dari suatu titik pada ketnggian h diatas tanah. Sebuah peluru A diarahkan dengan kecepatan v dengan sudut elevasi θ . Peluru lain B diarahkan dari tempat yang sama dengan kecepatan v tetapi arahnya berlawanan dengan A. buktikan bahwa ketika mengenai tanah, jarak antara kedua peluru adalah $R = \dfrac{2v\cos\theta\sqrt{v^2\sin^2\theta + 2gh}}{g}$

Jawab :



Mencari waktu peluru A sampai di P t_P

Syarat mencapai di P

$$y = 0$$

$$v_{0_A}\sin\theta . t_P - \frac{1}{2}gt_P^2 = 0$$

$$v\sin\theta . t_P = \frac{1}{2}gt_P^2$$

$$2v\sin\theta = gt_P$$

$$t_P = \frac{2v\sin\theta}{g}$$

Mencari besarnya x_1

$$x_1 = v_{0_A}\cos\theta . t_P$$

$$= v\cos\theta\frac{2v\sin\theta}{g}$$

$$= \frac{2v^2\sin\theta\cos\theta}{g}$$

Mencari t_Q

$$y = h$$

$$v_{0_A}\sin\theta . t_Q + \frac{1}{2}gt_Q^2 = h$$

$$v\sin\theta . t_Q + \frac{1}{2}gt_Q^2 - h = 0$$

$$\frac{1}{2}gt_Q^2 + v\sin\theta . t_Q - h = 0$$

$$gt_Q^2 + 2v\sin\theta . t_Q - 2h = 0$$

$$t_Q^2 + \frac{2v\sin\theta .}{g}t_Q - \frac{2h}{g} = 0$$

$$t_{Q_{1,2}} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-\frac{2v\sin\theta}{g} \pm \sqrt{\frac{4v^2\sin^2\theta}{g^2} - 4(1)\left(-\frac{2h}{g}\right)}}{2(1)}$$

$$= -\frac{2v\sin\theta}{2g} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4v^2\sin^2\theta}{g^2} + \frac{8h}{g}}$$

$$= -\frac{v\sin\theta}{g} \pm \frac{2}{2}\sqrt{\frac{v^2\sin^2\theta}{g^2} + \frac{2h}{g}}$$

$$= -\frac{v\sin\theta}{g} \pm \sqrt{\frac{v^2\sin^2\theta}{g^2} + \frac{2gh}{g^2}}$$

$$= -\frac{v\sin\theta}{g} \pm \frac{1}{g}\sqrt{v^2\sin^2\theta + 2gh}$$

$$t_{Q_1} = -\frac{v\sin\theta}{g} + \frac{1}{g}\sqrt{v^2\sin^2\theta + 2gh}$$

$$t_{Q_2} = -\frac{v\sin\theta}{g} - \frac{1}{g}\sqrt{v^2\sin^2\theta + 2gh}$$

Yang memenuhi adalah t_{Q1} karena ada kemungkinan hasilnya positif, karena waktu tidak mungkin negative.

Mencari x2

$$x_2 = v\cos\theta . t_Q$$

$$= v\cos\theta .\left(-\frac{v\sin\theta}{g} + \frac{1}{g}\sqrt{v^2\sin^2\theta + 2gh}\right)$$

$$= -\frac{v^2\sin\theta\cos\theta}{g} + \frac{v\cos\theta\sqrt{v^2\sin^2\theta + 2gh}}{g}$$

Mencari tS

$$y = h$$
$$v_{0_A} \sin\theta . t_S + \frac{1}{2} g t_S^2 = h$$
$$v \sin\theta . t_S + \frac{1}{2} g t_S^2 - h = 0$$
$$\frac{1}{2} g t_S^2 + v \sin\theta . t_S - h = 0$$
$$g t_S^2 + 2v \sin\theta . t_S - 2h = 0$$
$$t_S^2 + \frac{2v \sin\theta .}{g} t_S - \frac{2h}{g} = 0$$

$$t_{S_{1,2}} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$= \frac{-\frac{2v\sin\theta}{g} \pm \sqrt{\frac{4v^2 \sin^2\theta}{g^2} - 4(1)\left(-\frac{2h}{g}\right)}}{2(1)}$$
$$= -\frac{2v\sin\theta}{2g} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4v^2\sin^2\theta}{g^2} + \frac{8h}{g}}$$
$$= -\frac{v\sin\theta}{g} \pm \frac{2}{2}\sqrt{\frac{v^2\sin^2\theta}{g^2} + \frac{2h}{g}}$$
$$= -\frac{v\sin\theta}{g} \pm \sqrt{\frac{v^2\sin^2\theta}{g^2} + \frac{2gh}{g^2}}$$
$$= -\frac{v\sin\theta}{g} \pm \frac{1}{g}\sqrt{v^2\sin^2\theta + 2gh}$$
$$t_{S1} = -\frac{v\sin\theta}{g} + \frac{1}{g}\sqrt{v^2\sin^2\theta + 2gh}$$
$$t_{S_2} = -\frac{v\sin\theta}{g} - \frac{1}{g}\sqrt{v^2\sin^2\theta + 2gh}$$

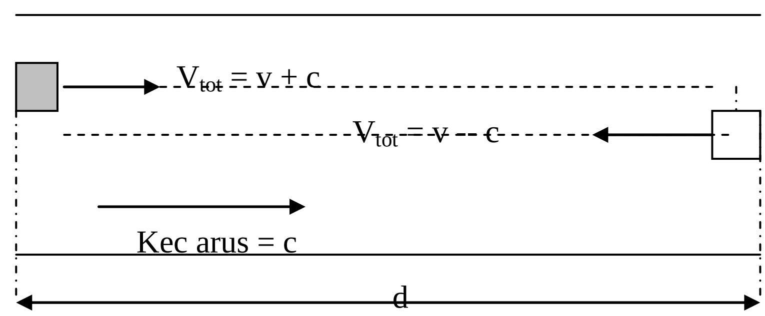
Yang memenuhi adalah tS1.

Mencari x3

$$x_3 = v_{0_B} \cos\theta . t_S$$
$$= v\cos\theta\left(-\frac{v\sin\theta}{g} + \frac{1}{g}\sqrt{v^2\sin^2\theta + 2gh}\right)$$
$$= -\frac{v^2\sin\theta\cos\theta}{g} + \frac{v\cos\theta\sqrt{v^2\sin^2\theta + 2gh}}{g}$$

$$R = x_1 + x_2 + x_3$$
$$= \frac{2v^2\sin\theta\cos\theta}{g} - \frac{v^2\sin\theta\cos\theta}{g} + \frac{v\cos\theta\sqrt{v^2\sin^2\theta+2gh}}{g} - \frac{v^2\sin\theta\cos\theta}{g} + \frac{v\cos\theta\sqrt{v^2\sin^2\theta+2gh}}{g}$$
$$= \frac{2v\cos\theta\sqrt{v^2\sin^2\theta+2gh}}{g}$$

(35) Air sungai mengalir dari barat ke timur pada kelajuan c. Seorang anak berenang searah arus sungai dengan kelajuan v sampai menempuh jarak d. Kemudian anak tersebut berbalik arah dan berenang menuju ke titik berangkatnya semula. Carilah selang waktu yang ditempuh anak itu!



Jawab:

Gerak barat ke timur

Kecepatan geraknya adalah v $_{tot}$ = v + c

$$t_1 = \frac{s}{v}$$

$$= \frac{d}{c+v}$$

Gerak timur ke barat

Kecepatan geraknya adalah v $_{vot}$ = v - c

$$t_2 = \frac{s}{v}$$

$$= \frac{d}{v-c}$$

Selang Waktu seluruhnya adalah

$$t = t_1 + t_2$$

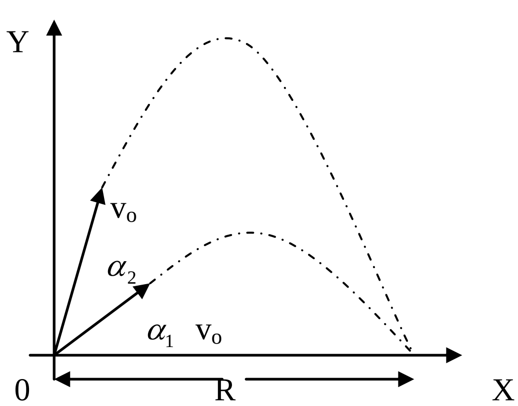
$$= \frac{d}{v+c} + \frac{d}{v-c}$$

$$= \frac{d(v-c) + d(v+c)}{(v+c)(v-c)}$$

$$= \frac{dv - dc + dv + dc}{v^2 - c^2}$$

$$= \frac{2dv}{v^2 - c^2}$$

(36) Untuk sebuah peluru dengan jangkauan R dan selang waktu di udara t_1 dan t_2. tunjukkan bahwa $t_1 . t_2 = \frac{2R}{g}$!



Jawab :

Telah anda ketahui bahwa untuk kelajuan awal vo yang sama pasangan sedut elevasi α_1 dan α_2 akan memberikan jangkauan mendatar (jarak terjauh) yang sama R jika jumlah kedua sudut elevasi 90°.

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 90^o$$
$$\alpha_1 = 90^o - \alpha_2$$
$$\cos\alpha_1 = \cos(90^o - \alpha_2)$$
$$\cos\alpha_1 = \sin\alpha_2$$

Mari kita hitung selang waktu di udara t_{oA}. Syarat peluru mencapai titik terjauh A adalah

$$Y_{o_A} = 0$$
$$v_{oA}\sin\alpha_1.t_{oA} - \frac{1}{2}gt_{oA}^2 = 0$$
$$v_o\sin\alpha_1.t_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$$
$$v_o.\sin\alpha_1 = \frac{1}{2}gt_1$$
$$t_1 = \frac{2v_o.\sin\alpha_1}{g}$$

Analog dengan cara diatas selang waktu peluru kedua sampai di A adalah

$$t_2 = \frac{2v_o\sin\alpha_2}{g}$$

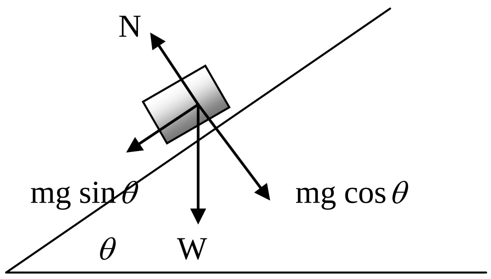
Jarak terjauh (jangkauan mendatar) R dihitung dari

$$x = v_o\cos\alpha.t$$
$$R = v_o\cos\alpha.\left(\frac{2v_o\sin\alpha}{g}\right)$$
$$jadi$$
$$R = \frac{2.v_o^2\sin\alpha_1\cos\alpha_1}{g}$$
$$karena, \cos\alpha_1 = \sin\alpha_2$$
$$R = \frac{2.v_o^2\sin\alpha_1\sin\alpha_2}{g}$$

Sekarang mari kita nyatakan hubungan $t_1.t_2$ dalam R

$$t_1.t_2 = \left(\frac{2v_o\sin\alpha_1}{g}\right)\left(\frac{2v_o\sin\alpha_2}{g}\right)$$
$$= \frac{2}{g}\left(\frac{2v_o^2\sin\alpha_1\sin\alpha_2}{g}\right)$$
$$= \frac{2R}{g}$$

(37) Sebuah benda bermassa m didorong dengan kecepatan awal v keatas sebuah bidang miring kasar (koefisien gesekan = μ)yang membentuk sudut θ dengan bidang mendatar. Buktikan bahwa usaha yang dilakukan oleh gaya gesekan sepanjang jarak yang ditempuh benda sampai berhenti adalah $W_f = -\dfrac{\mu m v^2}{2(\mu + \tan\theta)}$!



Jawab:

sMencari besarnya percepatan benda

$$\sum F = ma$$

$$-mg\sin\theta - f_{ges} = ma$$

$$-mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta = ma$$

$$-mg(\sin\theta + \mu\cos\theta) = ma$$

$$a = -\frac{mg(\sin\theta + \mu\cos\theta)}{m}$$

$$a = -g(\sin\theta + \mu\cos\theta)$$

Mencari jarak total yang ditempuh benda, syarat benda berhenti $v_t = 0$.

$$v_t^2 = v_o^2 - 2as$$

$$0 = v^2 - 2as$$

$$2as = v^2$$

$$s = \frac{v^2}{2a}$$

$$= -\frac{v^2}{2g(\sin\theta + \mu\cos\theta)}$$

$$W_f = f_{ges}.S$$

$$= \mu mg\cos\theta\left(-\frac{v^2}{2g(\sin\theta + \mu\cos\theta)}\right)$$

$$= -\frac{\mu mgv^2\cos\theta}{2g(\sin\theta + \mu\cos\theta)}$$

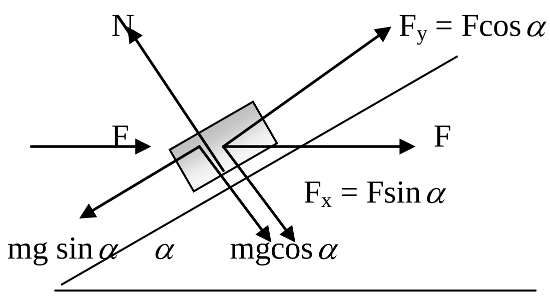
$$= -\frac{\mu mgv^2}{2g\left(\dfrac{\sin\theta + \mu\cos\theta}{\cos\theta}\right)}$$

$$= -\frac{\mu mgv^2}{2g(\tan\theta + \mu)}$$

$$= -\frac{\mu mgv^2}{2g(\mu + \tan\theta)}$$

(38) Sebuah benda bermassa m ditahan diam pada suatu bidang miring yang memiliki sedut kemiringan α, oleh sebuah gaya horizontal F. koefisien gesekan statis adalah .

Buktikan bahwa F maksimum yang diperbolehkan sebelum mulai bergerak ke atas bidang dapat dinyatakan oleh $F = \dfrac{mg(\sin\alpha + \mu_s \cos\alpha)}{\cos\alpha - \mu_s \sin\alpha}$!



jawab :

mencari gaya normal

$N = mg\cos\alpha + F\sin\alpha$

Menentukan gaya gesekan

$$\begin{aligned} f_{ges} &= \mu_s N \\ &= \mu_s(mg\cos\alpha + F\sin\alpha) \\ &= \mu_s mg\cos\alpha + \mu_s F\sin\alpha \end{aligned}$$

Syarat benda akan bergerak keatas

$$\sum F = 0$$

$$F\cos\alpha - mg\sin\alpha - (\mu_s mg\cos\alpha + F\mu_s \sin\alpha) = 0$$

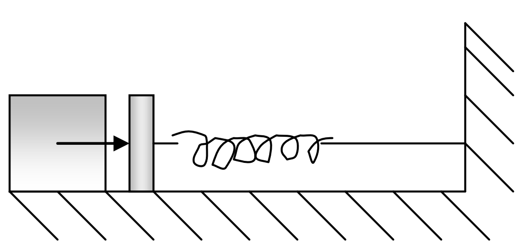
$$F\cos\alpha - \mu_s mg\cos\alpha - F\mu_s \sin\alpha = mg\sin\alpha$$

$$F\cos\alpha - F\mu_s \sin\alpha = mg\sin\alpha + \mu_s mg\cos\alpha$$

$$F(\cos\alpha - \mu_s \sin\alpha) = mg(\sin\alpha + \mu_s \cos\alpha)$$

$$F = \frac{mg(\sin\alpha + \mu_s \cos\alpha)}{(\cos\alpha - \mu_s \sin\alpha)}$$

(39) Sebuah balok bermassa m menumbuk pegas horizontal (konstanta pegas k). akibat tumbukan ini, pegas tertekan maksimum sejauh xo dari posisi normalnya. Bila koefisien gesekan antara balok dan lantai μ dan percepatan gravitasi bumi g maka laju balok pada saat mulai bertumbukan adalah!



Jawab :

$$\begin{aligned} v_t^2 &= v_o^2 + 2as \\ 0 &= v^2 + 2ax_o \\ -2ax_o &= v^2 \\ a &= -\frac{v^2}{2x_o} \end{aligned}$$

$$\sum F = ma$$

$$-kx_o - \mu mg = m\left(-\frac{v^2}{2x_o}\right)$$

$$-(kx_o + \mu mg) = -m\frac{v^2}{2x_o}$$

$$(kx_o + \mu mg) = m\frac{v^2}{2x_o}$$

$$v^2 = \frac{2x_o}{m}(kx_o + \mu mg)$$

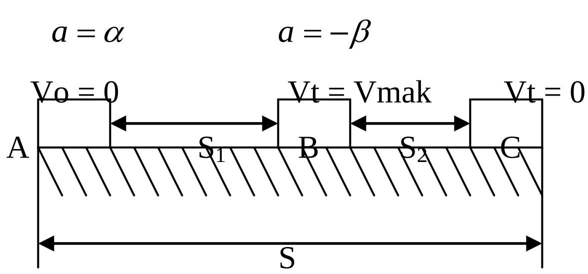
$$v^2 = 2x_o\left(\frac{k}{m}x_o + \mu g\right)$$

$$v = \sqrt{2}\sqrt{x_o}\sqrt{\left(\frac{k}{m}x_o + \mu g\right)}$$

$$v = \sqrt{x_o}\sqrt{2\left(\frac{k}{m}x_o + \mu g\right)}$$

$$v = \sqrt{x_o}\sqrt{2\frac{k}{m}x_o + 2\mu g}$$

(40) Suatu mobil bergerak dari keadaan diam dan dipercepat dengan percepatan α selang waktu tertentu kemudian mobil diperlambat dengan perlambatan β hingga berhenti. Jika waktu total adalah t, hitung kecepatan maksimum yang dapat dicapai oleh benda ini. Hitung juga jarak total yang ditempuh mobil ini.



Jawab :

Gerak A – B

$$a_1 = \frac{\Delta v}{t_1}$$

$$\alpha = \frac{v_{maks} - 0}{t_1}$$

$$t_1 = \frac{v_{maks}}{\alpha}$$

$$S_1 = v_o t_1 + \frac{1}{2}at_1^2$$

$$= 0 + \frac{1}{2}\alpha\frac{v^2{}_{maks}}{\alpha^2}$$

$$= \frac{v^2{}_{maks}}{2\alpha}$$

$$= \frac{\alpha^2\beta^2t^2}{2\alpha(\alpha+\beta)^2}$$

$$= \frac{\alpha\beta^2t^2}{2(\alpha+\beta)^2}$$

Gerak B – C

$$a_2 = \frac{\Delta v}{t_2}$$

$$-\beta = \frac{0 - v_{maks}}{t_2}$$

$$t_2 = \frac{v_{maks}}{\beta}$$

$$t = t_1 + t_2$$

$$t = \frac{v_{maks}}{\alpha} + \frac{v_{maks}}{\beta}$$

$$t = \frac{v_{maks}\beta + v_{maks}\alpha}{\alpha\beta}$$

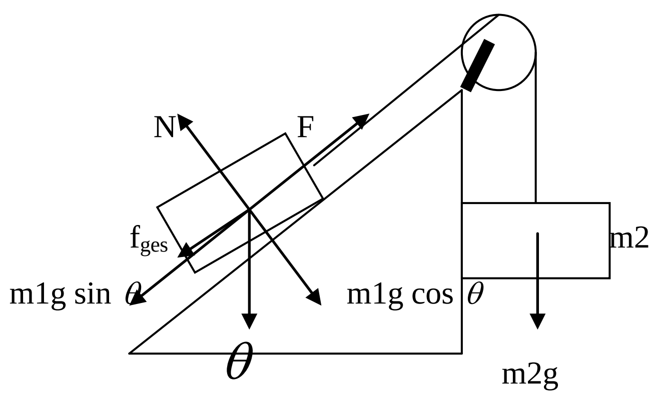
$$t = v_{maks}\frac{(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}$$

$$v_{maks} = \frac{\alpha\beta.t}{(\alpha+\beta)}$$

$$S_2 = v_o t_2 + \frac{1}{2} a t_2^2$$
$$= v_{maks} \frac{v_{maks}}{\beta} + \frac{1}{2}(-\beta)\left(\frac{v_{maks}}{\beta}\right)^2$$
$$= \frac{v_{maks}^2}{\beta} - \frac{v^2{}_{maks}}{2\beta}$$
$$= \frac{v^2{}_{maks}}{2\beta}$$
$$= \frac{\left(\frac{\alpha\beta.t}{\alpha+\beta}\right)^2}{2\beta}$$
$$= \frac{\alpha^2\beta^2 t^2}{2\beta(\alpha+\beta)^2}$$
$$= \frac{\alpha^2\beta.t^2}{2(\alpha+\beta)^2}$$

$$S = S_1 + S_2$$
$$= \frac{\alpha\beta^2 t^2}{2(\alpha+\beta)^2} + \frac{\alpha^2\beta.t^2}{2(\alpha+\beta)^2}$$
$$= \frac{\alpha\beta^2 t^2 + \alpha^2\beta.t^2}{2(\alpha+\beta)^2}$$
$$= \frac{\alpha\beta.t^2(\beta+\alpha)}{2(\alpha+\beta)^2}$$
$$= \frac{\alpha\beta.t^2}{2(\alpha+\beta)}$$

(41) Carilah percepatan suatu system yang ditunjukkan pada gambar dibawah ini. Assumsikan system bergerak sedemikian rupa sehingga m2 jatuh dan disini kooefisein gesekan μ_k antara m1 dan bidang. Bagaimanakah keadaan m1 dan m2 sehingga menghasilkan kecepatan konstan?



Jawab.

$$\sum F = m_{tot} a$$
$$m_2 g - m_1 g \sin\theta - f_{ges} = (m_1 + m_2)a$$
$$m_2 g - m_1 g \sin\theta - \mu_k N = (m_1 + m_2)a$$
$$m_2 g - m_1 g \sin\theta - \mu_k m_1 g \cos\theta = (m_1 + m_2)a$$
$$[m_2 - m_1 \sin\theta - \mu_k m_1 \cos\theta].g = (m_1 + m_2)a$$
$$[m_2 - m_1(\sin\theta + \mu_k \cos\theta)].g = (m_1 + m_2)a$$
$$a = \left[\frac{m_2 - m_1(\sin\theta + \mu_k \cos\theta)}{m_1 + m_2}\right].g$$

Agar dapat menghasilkan kecepatan yang konstan maka percepatan a harus sama dengan nol

$$\sum F = 0$$
$$m_2 g - m_1 g \sin\theta - f_{ges} = 0$$
$$m_2 g - m_1 g \sin\theta - \mu_k N = 0$$
$$m_2 g - m_1 g \sin\theta - \mu_k m_1 g \cos\theta = 0$$
$$m_2 g = m_1 g \sin\theta + \mu_k m_1 g \cos\theta$$
$$m_2 = m_1 \sin\theta + \mu_k m_1 \cos\theta$$