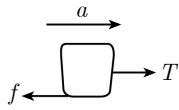
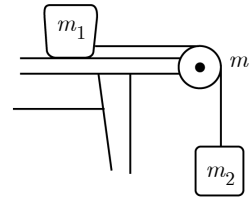


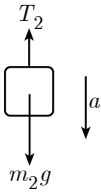
1.136. Dalam sistem dibawah ini, gesekan antara m_1 dan meja adalah μ . Massa katrol m dan anggap katrol tidak slip. Abaikan massa tali, hitung usaha yang dilakukan oleh gaya gesek selama t detik pertama!



Jawab: Benda m_1 (translasi)

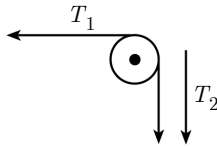
$$T_1 - \mu m_1 g = m_1 a$$

Benda m_2 (translasi)



$$m_2 g - T_2 = m_2 a$$

Katrol (Rotasi)



$$(T_2 - T_1)R = I\alpha$$

$$I = \frac{1}{2} mR^2$$

Karena katrol tidak slip, maka $a = \alpha R$.

Dari persamaan-persamaan di atas kita peroleh:

$$a = \frac{2(m_2 - \mu m_1)g}{2(m_1 + m_2) + m}$$

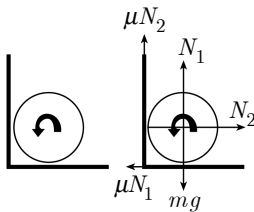
Jarak yang ditempuh dalam waktu t adalah: $S = \frac{1}{2} at^2$.

Sehingga usaha yang dilakukan oleh gaya gesek adalah:

$$W = -fS = -\mu m_1 g S$$

$$W = -\frac{\mu m_1 (m_2 - \mu m_1) g^2 t^2}{2(m_1 + m_2) + m}$$

1.137. Sebuah silinder homogen berjari-jari R diputar terhadap sumbunya dengan kecepatan sudut ω_0 . Dalam keadaan berputar silinder ini ditempatkan pada sudut suatu ruang. Koefisien gesekan antara dinding/lantai ruang dengan silinder adalah m . Setelah berapa putaran silinder akan berhenti?



Jawab: Perhatikan gaya-gaya yang bekerja diatas. N_1 dan N_2 adalah reaksi lantai dan dinding.

Untuk menyelesaikan soal ini anda bisa memakai metode gaya. Yaitu dengan menghitung dulu perlambatan sudutnya lalu gunakan rumus $\omega(t)$ dan $\theta(t)$ untuk mendapatkan banyaknya putaran yang dialami silinder.

Cara lain adalah dengan metode energi. Disini usaha yang dilakukan silinder sama dengan perubahan energi kinetik silinder.

Energi kinetik awal silinder adalah

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega_0^2 = \frac{(mR^2 \omega_0^2)}{4}$$

Energi akhir: $E_k' = 0$ (silinder diam)

$$\text{sehingga: } \Delta E_k = -\frac{(mR^2 \omega_0^2)}{4}$$

Karena silinder tidak bertranslasi maka percepatan linearnya nol.

$$N_1 + \mu N_2 = mg$$

$$N_2 = \mu N_1$$

Dari persamaan diatas, kita bisa menghitung N_1 dan N_2 .

Jika silinder berputar n kali sebelum berhenti, panjang lintasan yang ditempuh suatu titik pada permukaan silinder adalah $2\pi nR$.

Sehingga usaha yang dilakukan oleh gaya gesek adalah:

$$W = -(\mu N_1 + \mu N_2) 2\pi nR$$

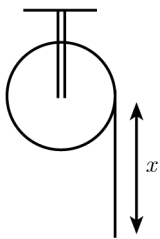
$$W = -\frac{2\pi nR\mu(1+\mu)mg}{1+\mu^2}$$

Karena $W = \Delta E_k$ maka kita akan peroleh:

$$\frac{mR^2 \omega_0^2}{4} = \frac{2\pi nR\mu(1+\mu)mg}{1+\mu^2}$$

atau

$$n = \frac{\omega_0^2 R (1 + \mu^2)}{8\pi\mu g (1 + \mu)}$$



- 138.** Sebuah silinder homogen berjari-jari R dan bermassa M dapat berputar bebas pada sumbu. Seutas tali tipis yang panjangnya l dan massanya m dililitkan pada silinder itu. Hitung percepatan sudut silinder sebagai fungsi panjang bagian tali yang tergantung x !

Jawab: Jika panjang tali total adalah l dan massa tali total adalah m , maka massa tali yang tergantung adalah $\left(\frac{m}{l}x\right)$.

Hukum Newton:

$$\frac{mx}{l}g - T = \frac{mx}{l}a$$

Panjang tali yang masih melilit di katrol adalah $(l - x)$ sehingga momen inersia silinder + tali yang melilit adalah:

$$I = \left[\frac{1}{2}MR^2 + \frac{m}{l}(l-x)R^2 \right]$$

(catatan: momen inersia akibat tali dapat dianggap sebagai momen inersia cincin).

Katrol (berotasi): Hk. Newton rotasi

$$TR = I\alpha$$

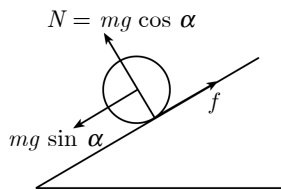
Dari persamaan diatas kita peroleh:

$$\alpha = \frac{2mgx}{lR(M+2m)} \quad (a = R\alpha)$$

1.139. Suatu lingkaran homogen bermassa m dan berjari-jari R menggelinding tanpa slip ke bawah suatu bidang miring dengan sudut miring α . Tentukan:

- (a) koefisien gesekan agar lingkaran menggelinding tanpa slip!
 (b) energi kinetik sebagai fungsi t !

Jawab:



- (a) Gerak translasi:

$$mg \sin \alpha - f = ma$$

Gerak rotasi (penyebab gerak rotasi adalah gaya gesek):

$$f R = I\alpha$$

Momen inersia bola: $I = \frac{2}{5} mR^2$.

Syarat tidak slip (tidak tergelincir):

$$R\alpha = a$$

Karena $f \leq \mu mg \cos \theta$ maka kita peroleh

$$\begin{aligned} \frac{5}{2}\mu g \cos \alpha &\geq g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha \\ \mu &\geq \frac{2}{7} \tan \alpha \end{aligned}$$

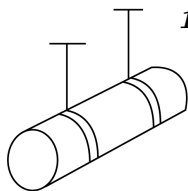
- (b) Dalam kasus menggelinding tanpa slip: $R\alpha = a$.

Energi kinetik terdiri dari energi kinetik translasi dan energi kinetik rotasi:

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 \\ &= \frac{1}{2} m(at)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5}\right) mR^2(\alpha t)^2 \\ &= \left(\frac{7}{10}\right) ma^2 t^2 \end{aligned}$$

Selanjutnya kita peroleh:

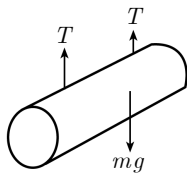
$$E_k = \frac{5}{14} mg^2 t^2 \sin^2 \alpha$$



1.140. Sebuah silinder homogen bermassa m dan jari-jari R diikat oleh dua utas tali yang tergulung. Hitung:

- (a) tegangan setiap tali dan percepatan sudut silinder;
 (b) daya sesaat akibat gravitasi sebagai fungsi waktu!

Jawab:



- (a) Gerak translasi silinder:

Gerak rotasi: $2T \cdot R = I\alpha$

$$mg - 2T = ma$$

Disini a = percepatan pusat massa

Momen inersia: $I = \frac{1}{2} mR^2$

Karena silinder berotasi tanpa slip maka $a = R\alpha$.

Dari persamaan-persamaan diatas kita peroleh:

$$a = \frac{2g}{3}; \alpha = \frac{2g}{3R}; T = \frac{mg}{6}$$

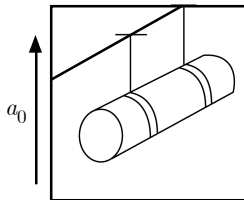
(b) Kecepatan silinder setelah waktu t adalah

$$v = at = \frac{2gt}{3}$$

Daya sesaat: $P = Fv = mgv$ atau

$$P = \frac{2}{3} mg^2 t$$

1.141. Sama seperti soal sebelumnya hanya saja sekarang silinder diletakkan dalam suatu lift yang bergerak ke atas dengan percepatan a_0 . Tentukan percepatan silinder relatif terhadap lift dan gaya yang diberikan oleh silinder pada langit-langit (melalui tali)!



Jawab: Gerak translasi (untuk dapat menggunakan hukum Newton maka pengamat harus berada dalam kerangka diam atau inersial. Jadi percepatan diukur terhadap tanah).

$$2T - mg = ma$$

Gerak rotasi:

$$2T \cdot R = I\alpha$$

Karena lift bergerak keatas dengan percepatan a_0 maka percepatan silinder terhadap lift adalah: $-a' = a - a_0$.

Karena panjang tali yang terulur sama dengan jarak yang ditempuh silinder ke bawah maka $a' = R\alpha$.

Dari persamaan-persamaan di atas kita peroleh,

$$a' = \frac{2(g + a_0)}{3}$$

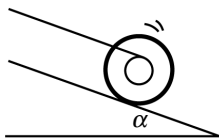
dan

$$2T = \frac{m(g + a_0)}{3}$$

Jadi gaya yang diberikan oleh tali pada langit-langit adalah:

$$F = 2T = \frac{m(g + a_0)}{3}$$

1.142. Sebuah gelondong benang diletakkan pada bidang miring dengan sudut miring α (lihat gambar). Massa gelundung m dan momen inersianya (terhadap sumbunya) I . Jari-jari benang yang tergulung r . Hitung percepatan gelundung ini! (lantai licin)



Jawab: Gerak translasi:

$$mg \sin \alpha - T = ma$$

Gerak Rotasi:

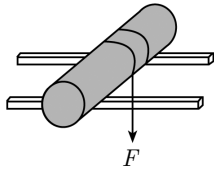
$$Tr = I\alpha$$

Selinder tidak slip: $\alpha r = a$.

Dari persamaan-persamaan di atas kita peroleh,

$$a = \frac{g \sin \alpha}{1 + \frac{I}{mr^2}}$$

1.143. Sebuah silinder homogen bermassa m diletakkan pada dua papan mendatar. Seutas tali diikat pada silinder. Ujung tali yang tergantung ditarik secara vertikal ke bawah dengan gaya konstan F . Hitung gaya F maksimum yang tidak menyebabkan silinder slip, bila koefisien gesekan antara silinder dan papan-papan μ !



Jawab: Gerak translasi balok pada sumbu y (percepatan linear balok arah y , $a_y = 0$):

$$F + mg - 2N = 0$$

Arah mendatar:

$$2f = ma$$

dimana $f \leq \mu N$ adalah gaya gesek.

Gerak rotasi balok:

$$\begin{aligned} \tau &= I\alpha \\ FR - 2fR &= \frac{1}{2} mR^2\alpha \end{aligned}$$

Gaya maksimum agar balok tidak slip harus memenuhi syarat $\alpha R = a$ dan $f = \mu N$.

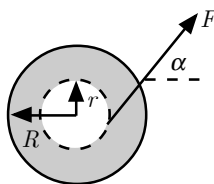
Dari persamaan-persamaan di atas kita akan peroleh:

$$F = \frac{3\mu mg}{2 - 3\mu}$$

dan

$$a = \frac{2\mu g}{2 - 3\mu}$$

1.144. Suatu gelendong benang massanya m , diam pada bidang datar kasar. Momen inersia gelendong terhadap sumbunya adalah $I = \gamma mR^2$, dimana γ adalah suatu bilangan, dan R jari-jari luar gelendong. Jari-jari tali yang tergulung adalah r . Gelendong kemudian ditarik oleh gaya konstan F yang arahnya membentuk sudut α dengan bidang datar. Tentukan:



(a) percepatan gelendong arah x ;

(b) usaha yang dilakukan oleh gaya F selama t detik pertama!

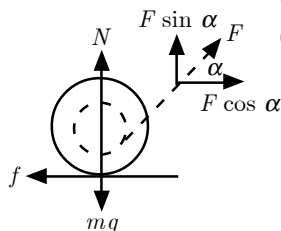
Jawab:

(a) Gerak translasi (arah x):

$$F \cos \alpha - f = ma \quad (\text{gerakan pusat massa})$$

Gerak rotasi:

$$\begin{aligned} \tau &= I\alpha \\ Rf - Fr &= \gamma mR^2\alpha \end{aligned}$$



Dari persamaan-persamaan di atas kita peroleh: ($a = \alpha R$)

$$a = \frac{F \left(\cos \alpha - \frac{r}{R} \right)}{m(\gamma + 1)}$$

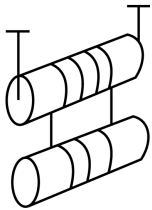
- (b) Usaha yang dilakukan oleh gaya F sama dengan perubahan energi kinetiknya (perhatikan bahwa gaya gesek dalam gerak rotasi tanpa slip tidak melakukan usaha).

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 \\ &= \frac{1}{2} mv^2(1 + \gamma) \\ &= \frac{1}{2} m(at)^2(1 + \gamma) \end{aligned}$$

atau

$$W = \frac{F^2 t^2 (\cos \alpha - r/R)^2}{2m(\gamma + 1)}$$

1.145. Pada sistem di bawah ini, massa masing-masing selinder homogen adalah m . Massa tali diabaikan. Hitung tegangan masing-masing tali! Anggap selinder dapat berotasi dengan mudah.



Jawab:

Selinder atas (keseimbangan)

$$2R = 2T + mg$$

R adalah gaya reaksi penyangga dan T adalah tegangan tali.

Selinder atas (rotasi): $2Tr = I\alpha$

Selinder bawah (translasi):

$$mg - 2T = ma$$

Selinder bawah (rotasi):

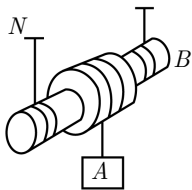
$$2Tr = I\alpha$$

Karena percepatan sudut selinder atas dan bawah masing-masing α , maka percepatan pusat massa selinder bawah (bergerak ke bawah) $a = 2\alpha r$ (pikirkan mengapa begitu?).

Dari persamaan-persamaan di atas kita akan peroleh:

$$T = \frac{1}{10} mg$$

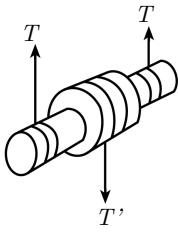
1.146. Dalam gambar di bawah, massa beban A dan katrol B masing-masing m dan M . Momen inersia katrol relatif terhadap sumbu katrol I dan jari-jari katrol R dan $2R$. Abaikan massa tali, hitung percepatan benda A !



Jawab:

Katrol (translasi):

$$Mg + T - 2T = Ma$$



Katrol (rotasi):

$$2TR + T' \cdot 2R = I\alpha$$

Benda A (translasi):

$$mg - T' = ma'$$

Tali yang terikat pada selinder berjari-jari R akan terulur dengan percepatan a dan yang terikat pada selinder berjari-jari $2R$ akan terulur dengan percepatan $2\alpha R$.

Jadi percepatan pusat massa A adalah:

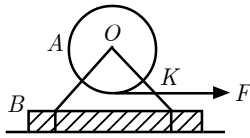
$$a' = a + 2\alpha R = 3\alpha R$$

Percepatan pusat massa selinder: $a = R\alpha$.

Dari persamaan-persamaan di atas kita akan peroleh:

$$a' = \frac{3(M + 3m)g}{\left(M + 9m + \frac{I}{R^2}\right)}$$

1.147. Suatu silinder pejal A yang homogen bermassa m_1 dapat berputar bebas di sekitar sumbunya. Selinder ini dihubungkan dengan bantalan B bermassa m_2 (lihat Gambar). Suatu gaya konstan mendatar F diberikan pada ujung tali yang melilit pada selinder. Abaikan gesekan antara bantalan dengan bidang datar. Tentukan:



(a) percepatan ujung tali K ;

(b) energi kinetik sistem setelah t detik!

Jawab:

(a) Anggap x dan x_{pm} adalah perpindahan titik K dan pusat massa silinder A . Jika θ adalah sudut rotasi silinder maka,

$$x - x_{cm} = R\theta$$

Dengan demikian

$$a - a_{cm} = R\alpha$$

Disini, a_{cm} adalah percepatan pusat massa silinder A , a adalah percepatan titik K dan α adalah percepatan sudut A .

Gerak translasi:

$$F = (m_1 + m_2)a_{cm}$$

Gerak rotasi selinder:

$$\tau = I\alpha$$

$$FR = \frac{1}{2} m_1 R^2 \alpha$$

Dari persamaan-persamaan di atas kita akan peroleh:

$$a = \frac{F(3m_1 + 2m_2)}{m_1(m_1 + m_2)}$$

(b) Usaha oleh gaya F sama dengan perbedaan energi kinetik.

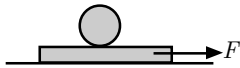
$$W = E_k - 0$$

$$F\left(\frac{at^2}{2}\right) = E_k$$

$$E_k = \frac{F^2 t^2 (3m_1 + 2m_2)}{2m_1 (m_1 + m_2)}$$



1.148. Di atas suatu papan yang bermassa m_1 diletakkan suatu bola homogen bermassa m_2 . Papan diletakkan pada lantai licin dan mendapat gaya mendatar konstan F . Berapa percepatan papan agar bola tidak slip (tidak tergelincir)?



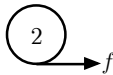
Jawab:

Papan (translasi) $F - f = m_1 a_1$
dimana f adalah gaya gesek.



Bola (translasi)

$$f = m_2 a_2$$



Dimana a_1 dan a_2 adalah percepatan pusat massa papan dan bola (keduanya relatif terhadap tanah sebab hukum Newton harus mengambil acuan sistem yang diam).

Bola tidak akan tergelincir (tidak slip) jika percepatan pusat massa bola terhadap papan harus sama dengan percepatan tangensial bola $a_2 - a_1 = -\alpha r$ (mengapa? perhatikan tanda minus!).

Gerak rotasi Selinder:

$$\tau = I\alpha$$

$$fr = \left(\frac{2}{5}\right) m_2 r^2 \alpha$$

Dari persamaan-persamaan di atas kita peroleh:

$$a_1 = \frac{7F}{7m_1 + 2m_2}$$

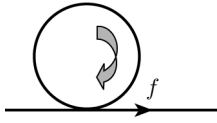
dan

$$a_2 = \frac{2F}{7m_1 + 2m_2}$$

1.149. Sebuah silinder pejal homogen mempunyai massa m dan jari-jari R . Ketika sedang berputar dengan kecepatan sudut ω_0 , silinder diletakkan ke lantai dan dilepas. Koefisien gesek antara silinder dan bidang datar μ . Hitung:

(a) berapa lama silinder akan bergerak disertai slip?

(b) usaha total yang dilakukan oleh gaya gesekan!



Jawab:

- (a) Pada waktu selinder dijatuhkan ke lantai, akibat gaya gesekan, kecepatan sudut selinder akan berkurang.

$$\omega = \omega_0 - \alpha t$$

Gaya gesekan ini akan memberikan kecepatan linear (translasi) pada selinder sehingga selinder bergerak dengan kecepatan v .

$$v = at$$

Kejadian ini berlangsung terus hingga suatu saat selinder bergerak tanpa slip dimana berlaku.

$$v = \omega R$$

Percepatan selinder dihitung dari hukum Newton:

$$F = ma$$

$$\mu mg = ma$$

Percepatan sudut selinder dihitung dari rumus Newton untuk rotasi:

$$\tau = I\alpha$$

$$\mu mgR = \frac{1}{2} mR^2\alpha$$

Dengan menyelesaikan persamaan-persamaan di atas kita akan peroleh,

$$t = \frac{\omega_0 R}{3\mu g}$$

dan

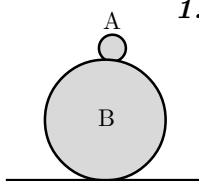
$$\omega = \frac{\omega_0}{3}$$

- (b) Usaha oleh gaya gesekan sama dengan beda energi kinetik.

$$W = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 - \frac{1}{2} I\omega_0^2$$

atau

$$W = -\frac{1}{6} mR^2 \omega_0^2$$



- 1.150.** Sebuah bola A berjari-jari r menggelinding tanpa slip ke bawah dari puncak bola B yang berjari-jari R . Hitung kecepatan sudut bola A ketika meninggalkan bola B! Anggap kecepatan awal bola A nol.

Jawab: Pusat massa bola A bergerak melingkar dengan jari-jari lintasan $(R + r)$.

Ketika bola A berada pada sudut θ , maka dari hukum Newton $F = ma$ kita peroleh:

$$mg \cos \theta - N = \frac{mv^2}{R + r}$$

Ketika bola A mulai meninggalkan bola B maka $N = 0$ atau

$$mg \cos \theta = \frac{mv^2}{R + r}$$

