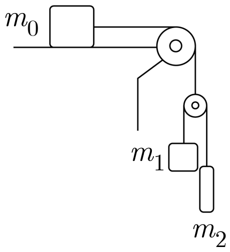
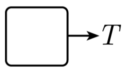
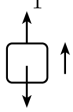


1.39. *Pada sistem dibawah ini hitung percepatan benda m_1. Anggap benda m_2 bergerak ke bawah.*

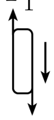
Jawab:



$T = m_0 a_0$



$T_1 - m_1 g = m_1 a_1$



$m_2 g - T_1 = m_2 a_2$

Karena massa katrol diabaikan maka $2T_1 - T = m_k a_k = 0$ atau $T = 2T_1$.

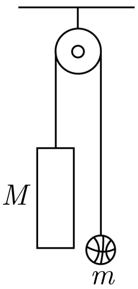
Kasus pada soal ini mirip dengan kasus soal sebelumnya, hanya disini a_0-nya arah ke bawah.

$$a_1 = a - a_0$$

$$a_2 = a + a_0$$

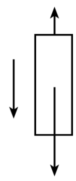
Dengan menyelesaikan persamaan-persamaan di atas kita akan peroleh:

$$\boxed{a_1 = \frac{(m_2 - m_1)\,m_0 - 4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)\,m_0 + 4m_1 m_2}\,g}$$

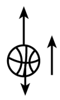


1.40. *Pada sistem dibawah ini massa batang M lebih besar dari massa bola m. Abaikan massa dan gesekan katrol. Pada keadaan awal bola terletak sejajar ujung batang bawah. Tentukan tegangan tali bila setelah t detik bola sejajar dengan ujung batang atas! Panjang batang L.*

Jawab:



$Mg - T = Ma_1$



$T - mg = ma_2$

M bergerak ke bawah dengan percepatan a_1 sedangkan m bergerak ke atas dengan percepatan a_2, sehingga percepatan relatif m terhadap M adalah:

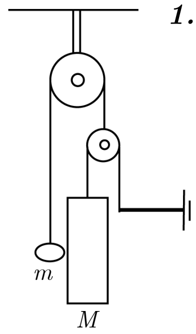
$$a_{rel} = a_1 + a_2 = a + a = 2a$$

Panjang batang L. Panjang ini ditempuh oleh benda m dengan percepatan relatif a_{rel} dalam waktu t, sehingga;

$$L = \tfrac{1}{2}\, a_{rel} t^2$$

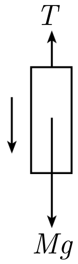
Selesaikan persamaan-persamaan di atas, kita akan peroleh;

$$\boxed{T = \frac{2LMm}{t^2\,(M - m)}}$$

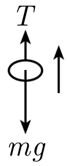


1.41. *Dalam sistem berikut ini massa bola adalah η = 1,8 kali massa batang. Panjang batang L = 100 cm. Abaikan massa katrol dan massa tali, serta gesekan. Bola mula-mula ditempatkan sejajar ujung bawah batang, kemudian dilepaskan. Kapan bola akan sejajar dengan tinggi ujung atas batang?*

Jawab:



$Mg - T_1 = Ma_1$



$T - mg = ma_2$

Karena katrol tidak bermassa maka:

$$T = 2T_1$$

Seperti soal sebelumnya ($a_1 = 2\ a_2$), kita akan gunakan percepatan relatif untuk menghitung t.

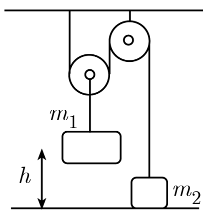
$$a_{rel} = a_1 + a_2 \text{ dan } L = \tfrac{1}{2}\, a_{rel} t^2$$

Dari persamaan-persamaan di atas kita akan peroleh,

$$t = \sqrt{\frac{2L}{a_{rel}}}$$

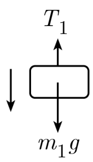
$$\boxed{t = \sqrt{\frac{2L(4+\eta)}{3(2-\eta)g}}}$$

atau dengan memasukkan nilai besaran yang diketahui, kita peroleh: $\boxed{t = 1{,}4 \text{ detik.}}$

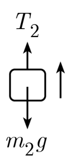


1.42. *Pada sistem dibawah ini massa benda 1 adalah η = 4,0 massa benda 2. Tinggi h = 20 cm. Abaikan massa katrol, massa tali dan gesekan. Pada saat tertentu benda 2 dilepaskan, berapakah tinggi maksimum yang dicapai benda 2?*

Jawab:



$m_1g - T_1 = m_1a_1$



$T_2 - m_2g = m_2a_2$

Perhatikan bahwa ketika benda 1 turun sejauh s, benda 2 akan naik sejauh $2s$ sehingga percepatan benda 2 ***dua kali*** percepatan benda 1.

$$a_2 = 2a_1$$

Karena katrol yang bergerak tidak bermassa maka;

$$T_1 = 2T_2$$

Selesaikan persamaan-persamaan di atas, kita akan peroleh,

$$a_1 = \frac{(m_1 - 2m_2)}{m_1 + m_2}\, g$$

atau

$$a_1 = \left(\frac{\eta - 2}{\eta + 4}\right) g$$

Waktu yang diperlukan benda 1 mencapai tanah dicari dengan rumus:

$$h = \tfrac{1}{2}\, a_1 t_1^{\,2}$$

atau

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{a_1}}$$

Dalam waktu t_1 ini benda 2 akan mencapai ketinggian h_2 dan kecepatan v_2.

$$h_2 = \tfrac{1}{2}\, a_2 t_1^2 = 2h$$

$$v_2 = a_2 t_1$$

Setelah benda 1 mencapai lantai, gerakan benda 2 adalah seperti gerakan benda yang dilemparkan ke atas dengan kecepatan awal v_2 dari ketinggian h_2.

Benda 2 akan mencapai tinggi maksimum setelah waktu t'.

$$v = v_0 - gt$$

$$0 = v_2 - gt'$$

$$t' = v_2/g$$

Ketinggian maksimum benda 2 dicari dengan rumus:

$$h_{maks} = h_0 + v_0 t - \tfrac{1}{2}\, gt^2$$

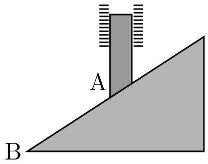
$$= h_2 + v_2 t' - \tfrac{1}{2}\, gt'^2$$

$$h_{maks} = \frac{2h\eta + 8h + 4h\eta - 8h}{\eta + 4}$$

$$\boxed{= \frac{6h\eta}{\eta + 4}}$$

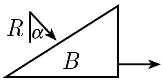
atau $\boldsymbol{h_{maks}} = \boxed{\mathbf{0{,}6\ m}}$.

1.43. *Pada gambar dibawah ini batang A bergerak turun vertikal sehingga bidang miring B akan terdorong horizontal (bidang miring dan lantai licin). Tentukan percepatan batang A dan bidang miring B jika perbandingan massa bidang miring terhadap batang adalah η!*

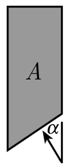


Jawab: Anggap batang A bergerak turun dengan percepatan a_A dan bidang miring akan bergerak ke kanan dengan percepatan a_B.

Anggap batang menekan bidang miring dengan gaya R dan bidang miring bereaksi dengan memberi gaya pada batang sebesar R juga.



$$R \sin \alpha = m_B a_B$$



$$m_A g - R \cos \alpha = m_A a_A$$

Hubungan perpindahan A dan B adalah:

$$\tan \alpha = {}^{S_A}\!/_{S_B}$$

sehingga:

$$\tan \alpha = {}^{a_A}\!/_{a_B}$$

Selesaikan persamaan di atas, kita akan peroleh:

$$a_A = \frac{m_A g}{m_B \cot^2 \alpha + m_A}$$

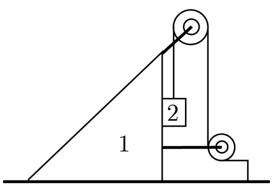
atau,

$$a_A = \frac{g}{\eta \cot^2 \alpha + 1}$$

dan

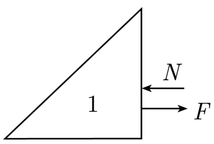
$$a_B = \frac{g}{\eta \cot \alpha + \tan \alpha}$$

1.44. *Pada susunan sistem di bawah ini massa bidang miring m_1 dan massa benda m_2. Gesekan hanya ada antara dinding kanan bidang miring dan benda m_2 dengan koefisien gesekan μ. Abaikan massa katrol dan tali. Tentukan percepatan m_2 relatif terhadap tanah!*



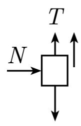
Jawab: Ketika benda 2 bergerak ke bawah, benda 1 akan tertarik ke kanan. Percepatan benda 1 memberi tekanan N pada benda 2.

Sebagai reaksinya benda 2 akan menekan benda 1 sebesar N pula.



$$F - N = m_1 a_1$$

Benda 2 mempunyai gerakan arah sumbu y dan x.



$$m_2 g - T - \mu N = m_2 a_{2y}$$
$$N = m_2 a_{2x}$$

Sekarang bayangkanlah bahwa ketika m_2 turun sejauh L, bidang miring m_1 akan bergerak ke kanan sejauh L juga. Gerakan bidang miring ini akan memindahkan benda m_2 kearah mendatar sejauh L juga, sehingga;

$$a_1 = a_{2x} = a_{2y} = a$$

Gunakan $F = T$ (mengapa bukan $2T$?), selesaikan persamaan - persamaan diatas kita akan peroleh:

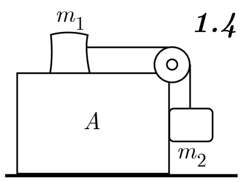
$$a = \frac{m_2 g}{2m_2 + \mu m_2 + m_1}$$

Percepatan benda $\boldsymbol{m_2}$ terhadap tanah adalah;

$$a_{tot} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

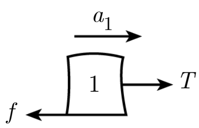
atau

$$\boxed{a_{tot} = \frac{\sqrt{2}g}{2 + \mu + m_1/m_2}}$$



1.45. *Berapakah percepatan minimum yang harus diberikan pada balok A agar benda 1 dan benda 2 diam relatif terhadap A? Koefisien gesekan antara balok dan benda-benda μ. Abaikan massa katrol dan tali. Anggap juga katrol licin.*

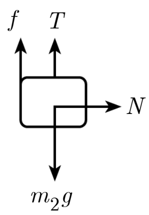
Jawab: Jika A bergerak cepat sekali maka benda 1 akan terdorong ke kiri (benda 2 ke atas). Tetapi jika A bergerak lambat benda 1 akan bergerak ke kanan (karena massa benda 2 lebih besar). Dari sini kita memperoleh ide bahwa ada suatu keadaan dimana benda 1 dan 2 akan diam.



$$T - \mu m_1 g = m_1 a_1$$

Catatan: a_1 adalah relatif terhadap tanah (ingat hukum Newton hanya berlaku pada sistem inersial, dalam hal ini tanah adalah sistem inersial).

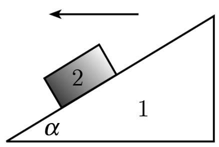
Benda 2 bergerak kearah mendatar (relatif terhadap tanah). Percepatan arah y-nya nol.



$$N = m_2 a_{2x}$$
$$m_2 g - T - \mu N = m_2 a_{2y}$$
$$= 0$$

Karena $a_1 = a_{2x} = a$ maka persamaan-persamaan di atas dapat diselesaikan untuk memperoleh:

$$\boxed{a = \frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + \mu m_2}\, g}$$

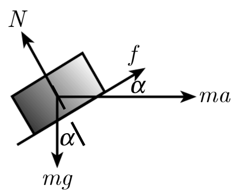


1.46. *Prisma 1 dengan balok 2 di atasnya disusun seperti pada gambar. Sistem bergerak ke kiri dengan percepatan a. Hitung berapa nilai percepatan maksimum agar balok diam relatif terhadap prisma! Koefisien gesekan antara kedua benda ini adalah $\mu < \cot \alpha$.*

Jawab: Bayangkan jika a terlalu besar maka balok akan bergerak ke atas, sebaliknya jika terlalu kecil balok akan bergerak ke bawah. Dari sini kita dapat ide bahwa ada nilai a tertentu dimana balok tetap diam relatif terhadap prisma.

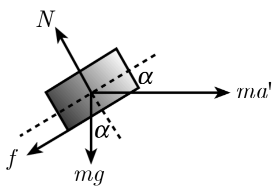
Gaya yang bekerja pada prisma adalah gaya tekan dari balok. Sedangkan gaya pada balok disamping gaya berat, juga ada gaya tekan dari prisma dan gaya gesek. Arah gaya gesek tergantung pada kecenderungan benda ini bergerak.

"Benda yang berada dalam sistem yang dipercepat dengan percepatan a akan mengalami gaya fiktif sebesar $F = ma$". Arah gaya ini ***berlawanan*** *dengan arah percepatan.* Sistem dipercepat ke kiri dengan percepatan a, akibatnya balok mengalami gaya fiktif $F = m_2 a$ yang arahnya ke kanan. Kasus 1 (balok hampir bergerak ke bawah).



$$\begin{aligned} N &= ma \sin \alpha + mg \cos \alpha \\ ma \cos \alpha + \mu N &= mg \sin \alpha \\ a &= \frac{g\,(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} \end{aligned}$$

Kasus 2 (balok hampir bergerak ke atas).

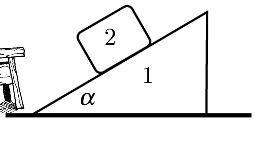


$$\begin{aligned} N &= ma' \sin \alpha + mg \cos \alpha \\ ma' \cos \alpha &= \mu N + mg \sin \alpha \\ a &= \frac{g\,(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} \end{aligned}$$

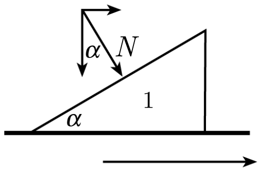
Karena yang ditanyakan adalah percepatan maksimum, maka kita ambil kasus 2 ($a' > a$).

$$\boxed{a_{maks} = \frac{g\,(1 + \mu\cot\alpha)}{\cot\alpha - \mu}}$$

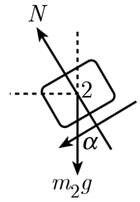
1.47. *Sebuah balok 2 bermassa m_2 ditempatkan diatas prisma 1 yang bermassa m_1. Sudut miring prisma α. Abaikan gesekan, hitung percepatan prisma!*



Jawab: Ketika balok 2 bergerak turun, prisma 1 akan bergerak ke kanan.



$N \sin \alpha = m_1 a_1$



$m_2 g - N \cos \alpha = m_2 a_{2y}$

$N \sin \alpha = m_2 a_{2x}$

Catatan: Semua percepatan diatas diukur menurut pengamat yang berdiri di tanah.

Misalkan percepatan benda 2 relatif terhadap bidang miring adalah a. Hubungan antara a_{2x} dan a_{2y} dengan a dan a_1 adalah (Anda boleh juga gunakan konsep gaya fiktif seperti pada soal sebelumnya):

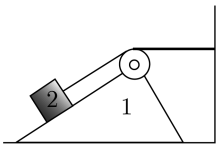
$$a_{2x} = a \cos \alpha - a_1$$

$$a_{2y} = a \sin \alpha$$

Dari persamaan-persamaan di atas kita akan peroleh:

$$\boxed{a_1 = \frac{g \sin \alpha \cos \alpha}{m_1/m_2 + \sin^2 \alpha}}$$

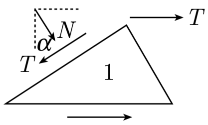
1.48. *Dalam sistem dibawah ini hitung percepatan segitiga jika gesekan, massa tali dan massa katrol diabaikan!*



Jawab: Pada kasus ini balok 2 turun mengakibatkan segitiga 1 bergerak ke kanan.

$$T \cos \alpha - N \sin \alpha = -ma_{2x}$$

$$T \sin \alpha + N \cos \alpha - mg = -ma_{2y}$$



$$N \sin \alpha + T - T \cos \alpha = m_1 a_1$$

Seperti soal sebelumnya, jika percepatan benda 2 relatif terhadap benda 1 adalah a maka,

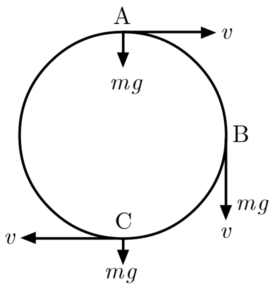
$$a_{2x} = a \cos \alpha - a_1$$

$$a_{2y} = a \sin \alpha$$

Dengan mengambil $a = a_1$ (mengapa?) kita peroleh:

$$\boxed{a_1 = \frac{m_2 g \sin \alpha}{2m_2 (1 - \cos \alpha) + m_1}}$$

1.49. *Sebuah pesawat terbang bergerak dalam suatu lintasan melingkar vertikal berjari-jari R = 500 m dengan kecepatan konstan v = 360 km/jam. Tentukan berat semu penerbang (m = 70 kg) dititik terendah (C), titik tertinggi (A) dan titik tengah (B) dari lintasan!*



Jawab:

Di titik A penerbang mengalami gaya sentrifugal F ke atas, akibatnya berat semunya akan berkurang:

$$\boxed{W_A = mg - F}$$

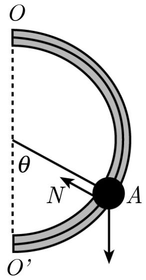
Catatan: $F = {mv^2}/{R}$

Di titik B gaya berat orang ini merupakan resultan dari mg dan F.

$$\boxed{W_B = \sqrt{F^2 + (mg)^2}}$$

Sedangkan di titik C gaya berat ini ditambah dengan gaya sentrifugal.

$$\boxed{W_C = mg + F}$$



1.50. *Bandul A dapat meluncur bebas sepanjang suatu lintasan berbentuk setengah lingkaran berjari-jari R (lihat gambar). Sistem berputar dengan kecepatan sudut ω terhadap sumbu vertikal OO'. Hitung sudut θ dimana bandul berada pada keseimbangan!*

Jawab: Bandul A mengalami gaya normal. Jika kita meninjau dari sisi bandul A maka kita harus perhitungkan gaya fiktif (gaya sentrifugal).

Gaya-gaya pada arah mendatar:

$$N \sin \theta = mr\omega^2 = m(R \sin \theta)\omega^2$$

Gaya-gaya vertikal:

$$N \cos \theta = mg$$

Dari dua persamaan di atas kita peroleh:

$$\boxed{\cos \theta = \frac{g}{R\omega^2}}$$

Ini adalah syarat keseimbangan. Kemungkinan lain adalah benda akan seimbang jika $\theta = 0$.

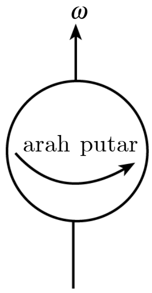
1.51. *Sebuah senapan diarahkan ke suatu sasaran yang terletak di sebelah utara. Tentukan berapa jauh menyimpangnya peluru dari garis yang menghubungkan sasaran dan senapan! Peluru ditembakkan mendatar pada garis lintang $\phi = 60^o$, kecepatan peluru $v = 900$ m/s, dan jarak dari target ke senapan adalah $s = 1{,}0$ km.*

Jawab: Akibat rotasi bumi, suatu benda yang bergerak dengan kecepatan $\boldsymbol{v}$ di permukaan bumi akan merasakan gaya koriolis $\boldsymbol{F}_k$ sebesar:

$$\boldsymbol{F}_k = -2m\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}$$

dengan $\boldsymbol{\omega}$ adalah kecepatan sudut rotasi bumi. Arah $\boldsymbol{\omega}$ didefinisikan seperti pada gambar.

Gaya koriolis ini sebenarnya adalah gaya fiktif. Gaya ini akan dirasakan oleh benda-benda yang bergerak dalam suatu *sistem* dipercepat (bumi



merupakan contoh sistem yang dipercepat, percepatannya adalah percepatan sentripetal).

Besar percepatan koriolis:

$$a_k = F_k/m = 2\omega v \sin \phi$$

ϕ adalah sudut antara $\boldsymbol{\omega}$ dan v dalam hal ini sama dengan sudut lintang. Arah percepatan koriolis keluar bidang kertas (perhatikan arah perkalian vektor ini). Jadi simpangan akibat $\boldsymbol{a_k}$ adalah:

$$h = \tfrac{1}{2}\, a_k t^2 = \tfrac{1}{2}\,(2\omega v \sin \phi) t^2$$

Karena $t = s/v$, maka:

$$\boxed{h = \frac{\omega s^2 \sin \phi}{v}}$$

1.52. *Sebuah disk yang diletakkan mendatar berputar dengan kecepatan sudut konstan $\boldsymbol{\omega}$ = 6,0 rad/s terhadap sumbu vertikal yang melalui pusat disk. Sebuah benda kecil bermassa m = 0,5 kg bergerak sepanjang diameter disk dengan kecepatan v' = 50 cm/s yang selalu konstan relatif terhadap disk. Tentukan gaya yang dirasakan benda ketika benda berada pada jarak r = 30 cm dari sumbu putaran!*

Jawab: Pada sistem ini benda akan merasakan 3 gaya:

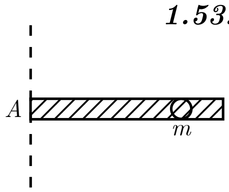
- gaya sentrifugal: $F_c = m\omega^2 r$
- gaya gravitasi: $F_g = mg$
- gaya *koriolis*: $F_k = 2m\omega v'$

Gaya-gaya ini tegak lurus satu terhadap lainnya. Jadi resultan gaya yang dikenakan pada benda oleh disk adalah:

$$F = \sqrt{F_g^2 + F_c^2 + F_k^2}$$

$$F = m\sqrt{g^2 + \omega^4 r^2 + (2v'\omega)^2}$$

Dengan memasukkan angka-angkanya kita peroleh, $\boxed{F = 8\ N.}$



1.53. *Sebuah batang licin* ***AB*** *yang diletakkan mendatar berputar dengan kecepatan sudut $\boldsymbol{\omega}$ = 2,0 rad/s terhadap suatu sumbu vertikal yang melalui ujung batang A. Sebuah beban bermassa m = 0,50 kg meluncur bebas sepanjang batang dari titik A dengan kecepatan awal v_0 = 1,00 m/s. Tentukan gaya koriolis yang bekerja pada beban ini ketika beban terletak pada jarak r = 50 cm dari sumbu putar!*

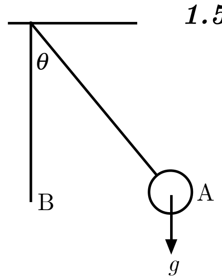
Jawab: Ketika benda berada pada jarak r dari titik A, kecepatan linearnya adalah: (gunakan hukum kekekalan energi dimana usaha oleh gaya sentrifugal adalah $\dfrac{m\omega^2 r^2}{2}$)

$$v = \sqrt{(r\omega)^2 + v_0^2}$$

Jadi, gaya *coriolis* yang dialami benda adalah:

$$F_k = m|2\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{v}| = 2m\omega v$$
$$= 2m\omega\sqrt{(r\omega)^2 + v_0^2}$$

Dengan memasukan data yang diketahui, kita peroleh: $\boxed{\boldsymbol{F_k = 2{,}8\ N}}$.



1.54. *Sebuah bola digantung pada seutas tali dan berayun dalam bidang vertikal sedemikian sehingga nilai percepatan efektifnya pada titik tertinggi dan titik terendah adalah sama. Tentukan sudut simpangan ini!*

Jawab: Di titik tertinggi kecepatan bola sama dengan nol, sehingga percepatan sentrifugalnya nol (yang ada hanya percepatan tangensial sebesar $a_A = g \sin \boldsymbol{\theta}$).

Di titik terendah percepatan tangensial sama dengan nol. Tetapi percepatan sentrifugalnya ada yaitu sebesar: $a_B = v^2/L$.

Untuk mencari v kita bayangkan benda berada pada posisi A mempunyai energi potensial sebesar $mg(L - L \cos \boldsymbol{\theta})$ acuan diambil pada titik B. Kemudian benda bergerak dan energi potensial benda diubah menjadi energi kinetik. Sampai di titik B seluruh energi potensial telah menjadi energi kinetik.

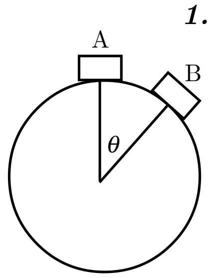
$$mg(L - L \cos \boldsymbol{\theta}) = \tfrac{1}{2} mv^2$$

Dari persamaan ini kita peroleh *v.*

Karena $a_A = a_B$ maka kita peroleh,

$$\sin \boldsymbol{\theta} = 2(1 - \cos \boldsymbol{\theta})$$

atau $\boldsymbol{\theta = 2 \cot^{-1}(2)} = \boxed{\mathbf{53°}}$.



1.55. *Sebuah benda kecil A mulai meluncur dari puncak suatu lingkaran yang jari-jarinya R. Tentukan sudut* $\boldsymbol{\theta}$ *dimana benda meninggalkan lingkaran. Hitung kecepatan jatuh benda itu!*

Jawab: Di titik A, gaya tekan lingkaran pada benda $N = mg.$

Sedangkan di titik B, gaya tekannya sama dengan nol (benda meninggalkan lingkaran).

$$mg \cos \boldsymbol{\theta} = F$$

$F = mv^2/R$ adalah gaya sentrifugal.

Untuk mencari v kita gunakan hukum kekekalan energi seperti soal sebelumnya.

Kita ambil acuan di pusat lingkaran. Energi di titik A adalah:

$$E_A = mgR$$

sedangkan energi di titik B adalah:

$$E_B = mgR \cos \boldsymbol{\theta} + \tfrac{1}{2} mv^2$$

Karena energi kekal maka $E_A = E_B$.

Dari sini kita peroleh $\boxed{\mathbf{\cos \boldsymbol{\theta} = 2/3}}$.

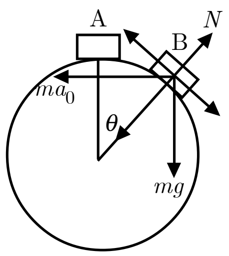
1.56. *Sebuah benda kecil diletakkan pada puncak suatu lingkaran licin berjari-jari R. Kemudian lingkaran bergerak mendatar dengan percepatan konstan a_o dan benda mulai menggelincir ke bawah. Tentukan:*

(a) kecepatan benda relatif terhadap lingkaran pada saat jatuh;

(b) sudut θ_0 antara garis vertikal dan vektor radius yang digambar dari pusat lingkaran ke titik jatuh; θ_0 untuk $a_0 = g$!

Jawab:

(a) Pada waktu lingkaran diberi percepatan a_0, benda akan mengalami gaya fiktif sebesar $m \bullet a_0$ berlawanan dengan arah a_0 (gaya fiktif dapat anda rasakan ketika mobil yang Anda naiki di percepat). Pada gambar terlihat bahwa,



$$mg \cos \theta + ma_0 \sin \theta - N = mv^2/R$$

dan

$$mg \sin \theta - ma_0 \cos \theta = ma_t$$

Ketika benda jatuh $N = 0$ dan $\theta = \theta_0$, sehingga kita peroleh:

$$mg \cos \theta_0 + ma_0 \sin \theta_0 = mv^2/R$$

Energi potensial benda di A diubah menjadi energi kinetik di B (perhatikan baik-baik bahwa usaha gaya fiktif juga harus diperhitungkan disini) sehingga kita peroleh,

$$\tfrac{1}{2} mv^2 = mg\,(R - R \cos \theta_0) - ma_0\, R \sin \theta_0$$

Dari kedua persamaan diatas kita peroleh,

$$v = \sqrt{\frac{2gR}{3}}$$

(b) Dengan memasukkan nilai v ke persamaan energi di atas kita akan peroleh,

$$g \cos \theta_0 + g \sin \theta_0 = \frac{2gR}{3R}$$

atau,

$$(3 \cos \theta_0 - 2)^2 = 9 \sin^2 \theta_0$$

atau,

$$18 \cos^2 \theta_0 - 12 \cos \theta_0 + 4 - 9 = 0$$

Sehingga kita peroleh,

$$\cos \theta_0 = \frac{2 + \sqrt{14}}{6}$$

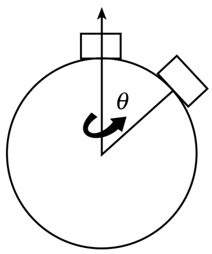
atau, $\boldsymbol{\theta_0} = \boxed{\mathbf{17^o}.}$

1.57. *Sebuah benda kecil bermassa m = 0,30 kg meluncur ke bawah dari puncak suatu lingkaran berjari-jari R = 1,0 m. Lingkaran berputar dengan kecepatan sudut konstan ω = 6,0 rad/s terhadap sumbu vertikal yang melalui pusat lingkaran. Tentukan gaya sentrifugal dan gaya koriolis ketika benda meninggalkan lingkaran!*

Jawab: Anggap benda meninggalkan lingkaran pada sudut $\boldsymbol{\theta}$. Dapat dihitung dengan mudah bahwa (lihat soal 1.55).

$$\theta = \cos^{-1}\left(\tfrac{2}{3}\right)$$

$\theta = \cos^{-1}(2/3)$



Karena lingkaran berputar dengan kecepatan sudut $\boldsymbol{\omega}$, maka benda akan merasakan gaya sentrifugal selama bergerak di bidang lingkaran ini. Besar gaya sentrifugal adalah:

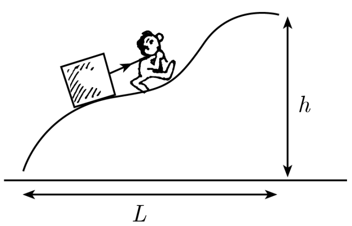
$$\begin{aligned} F_c &= mr\omega^2 = mR\sin\theta\,\omega^2 \\ &= mR\omega^2\sqrt{1-\cos^2\theta} \\ &= 8N \end{aligned}$$

Gaya *koriolis*: $-2m\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{v}$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F}_k &= 2m\omega\sqrt{\omega^2R^2\sin^2\theta + 2gR(1-\cos\theta)\cos^2\theta} \\ &= \tfrac{2}{3}mR\omega^2\sqrt{5+\frac{8g}{3\omega^2R}} \\ &= \boxed{17N} \end{aligned}$$

Catatan: nilai v diatas diperoleh dari resultan kecepatan akibat rotasi $v_1 = \boldsymbol{\omega}R\sin\boldsymbol{\theta}$ dan kecepatan akibat gravitasi $v_2 = \sqrt{2gR(1-\cos\theta)}\,\sin(90+\theta) = \sqrt{2gR(1-\cos\theta)}\,\cos\theta$ (dicari dari hukum kekekalan energi).

1.58. *Sebuah benda bermassa m ditarik keatas sebuah bukit oleh gaya **F** yang arahnya senantiasa menyinggung lintasan. Hitung usaha yang dilakukan gaya ini, jika tinggi bukit adalah h, panjang mendatar bukit L, dan koefisien gesekan μ!*



Jawab: Usaha yang dilakukan oleh gaya gesekan adalah:

$$W_f = \mu mgL.$$

Untuk membuktikan ini silahkan Anda menghitung W_f ini jika bukit dianggap berbentuk segitiga, Anda akan mendapati bahwa usaha gaya gesekan tidak tergantung pada bentuk lintasan tetapi hanya tergantung pada jarak mendatarnya. (dapatkah anda memikirkan apa alasan fisis untuk hasil ini?)

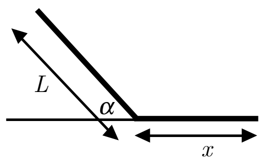
Usaha yang dilakukan oleh gaya gravitasi adalah: $W_g = mgh$.

Usaha oleh gaya F digunakan untuk melawan usaha gaya gesek + usaha gaya gravitasi. Jadi:

$$W = W_f + W_g = \boxed{\mu mgL + mgh}$$

Disini kita anggap tidak terjadi perubahan energi kinetik (energi kinetik awal dan energi kinetik akhirnya nol). Dengan kata lain kita anggap ketika benda sampai dipuncak bidang miring, benda tepat berhenti.

1.59. *Sebuah benda bermassa m = 50 g meluncur tanpa kecepatan awal pada suatu bidang miring dengan sudut miring 30^o (lihat gambar). Benda ini kemudian melewati lintasan mendatar dan berhenti setelah menempuh jarak 50 cm. Hitung usaha yang dilakukan oleh gaya gesekan sepanjang lintasan yang dilalui benda ini! Anggap koefisien gesekan antara bidang dengan benda μ = 0,15.*



Jawab: Pada proses ini gravitasi melakukan usaha dari puncak sampai dasar bidang miring sebesar: $W_g = mgL \sin \alpha$. Disini terjadi perubahan energi potensial menjadi energi kinetik. Energi kinetik ini kemudian diubah lagi menjadi energi panas melalui gesekan. Usaha oleh gaya gesekan adalah:

$$W_f = \mu mgL \cos \alpha + \mu mgx$$

Usaha oleh gaya gravitasi ini sama dengan gaya gesekan.

$$mgL \sin \alpha = \mu mg \cos \alpha \; L + \mu mgx$$

$$L = \frac{\mu mgx}{mg \sin\alpha - \mu mg \cos\alpha}$$

Masukkan harga L ini ke rumus W_f di atas kita peroleh:

$$\boxed{W = \frac{\mu mgx}{1 - \mu \cot\alpha} = 0{,}05 \text{ J}}$$

1.60. *Dua balok bermassa m_1 dan m_2 dihubungkan dengan pegas ringan pada suatu lantai datar. Koefisien gesekan antara batang-batang dan lantai μ. Hitung gaya minimum (mendatar) yang harus diberikan agar batang bermassa m_1 dapat menggeser balok lainnya!*

Jawab: Anggap penambahan panjang pegas x. Usaha yang dilakukan oleh gaya F adalah: $W_F = Fx$. Energi yang diterima F ini akan disimpan sebagai energi potensial dan sebagai usaha untuk melawan gaya gesek.

$$Fx = \tfrac{1}{2} kx^2 + \mu m_1 gx$$

Perhatikan bahwa pada kasus ini usaha oleh gaya gesekan hanya bekerja pada m_1 saja (benda m_2 tidak berubah tempat).

Untuk benda 2 gaya pegas yang dialaminya sama besar dengan gaya gesekan yang dialaminya.

$$kx = \mu m_2 g$$

Dari kedua persamaan di atas kita peroleh:

$$\boxed{F = \mu g(m_2/2 + m_1)}$$

1.61. *Sebuah benda bermassa m dilempar dengan sudut elevasi α dan dengan kecepatan awal v_0. Hitung daya rata-rata yang dilakukan oleh gaya gravitasi selama gerakan dan daya sesaat sebagai fungsi waktu!*

Jawab: Daya rata-rata adalah usaha total yang dilakukan oleh gravitasi dibagi waktu total. Karena usaha total yang dilakukan oleh gravitasi sama dengan nol (benda kembali keketinggian semula), maka:

$$\langle P \rangle = 0$$

Karena kecepatan sesaat partikel adalah

$$\begin{aligned} \boldsymbol{v} &= v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} \\ &= (v_0 \cos \alpha)\mathbf{i} + (v_0 \sin \alpha - gt)\mathbf{j} \end{aligned}$$

dan gaya gravitasi yang bekerja pada benda adalah $F = -mg\mathbf{j}$.

Maka daya sesaat,

$$\boxed{P = \boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v} = mg(gt - v_0 \sin \alpha)}$$

1.62. *Sebuah benda kecil bermassa m diletakan pada pada suatu bidang datar di titik O. Benda tersebut diberi kecepatan awal mendatar v_0. Hitung daya rata-rata yang dilakukan oleh gaya gesekan selama gerakan (hingga ia berhenti), bila koefisien gesekan $\mu = 0{,}27$, $m = 1{,}0$ kg, dan $v_0 = 1{,}5$ m/s!*

Jawab: Daya rata-rata oleh gaya gesekan adalah usaha yang dilakukan oleh gaya gesekan dibagi dengan waktu total. Usaha yang dilakukan gaya gesekan sama dengan perbedaan energi kinetik awal dengan akhir (ingat bahwa pengurangan kecepatan benda adalah karena pengaruh gaya gesekan).

$$W = \Delta E_k$$

Waktu total dapat dihitung dengan:

$$v = v_0 - at \text{ atau } t = {}^{v_0}\!/_{a}$$

Perlambatan a disebabkan karena gesekan, sehingga; $a = {}^{f}\!/_{m} = \mu g$.

Jadi, daya rata-rata yang dilakukan oleh gaya gesekan

$$\langle P \rangle = \frac{\Delta E_k}{\Delta t} = \frac{m v_0 \mu g}{2} = \boxed{2 \text{ watt}}$$

1.63. *Suatu sistem yang terdiri dari dua pegas yang dihubungkan secara seri dan memiliki konstanta pegas k_1 dan k_2. Hitung usaha minimum yang harus dilakukan untuk merenggangkan sistem sepanjang Δl!*

Jawab: Jika sistem ini diberi gaya maka pegas akan meregang. Jika gayanya cukup besar, sistem akan bergerak. Usaha minimum adalah usaha yang diperlukan cukup untuk meregangkan pegas saja.

Jika pegas ditarik oleh gaya F dan pegas teregang masing masing sebesar Δl_1 dan Δl_2, maka: $F = k_1\Delta l_1 = k_2\Delta l_2$.

Sehingga,

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = {}^{F}\!/_{k_1} + {}^{F}\!/_{k_2}$$

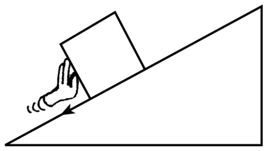
atau

$$F = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}\Delta l$$

Karena besarnya gaya berubah-ubah tergantung pada besarnya regangan pegas, maka usaha oleh gaya yang kita berikan itu harus dirata-ratakan. Jadi:

$$\boxed{W = F_{rata}\Delta l = \tfrac{1}{2}\left(\frac{k_1k_2}{k_1 + k_2}\right)\Delta l^2}$$

1.64. *Sebuah benda bermassa m didorong dengan kecepatan awal v_0 ke atas sebuah bidang miring kasar dengan sudut miring α dan dengan koefisien gesekan μ. Hitung jarak total yang ditempuh benda itu sebelum benda berhenti! Hitung juga usaha yang dilakukan oleh gaya gesekan sepanjang jarak ini!*



Jawab: Usaha yang dilakukan oleh gaya gesekan dan gaya gravitasi digunakan untuk menghentikan benda. Dengan kata lain usaha ini digunakan untuk mengubah energi kinetik menjadi nol.

$$W = Fs$$

$$\tfrac{1}{2}\, mv_0^2 = (\mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha)s$$

atau,

$$s = \frac{v_0^2}{2g\,(\mu \cos\alpha + \sin\alpha)}$$

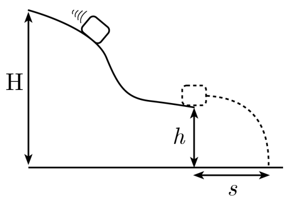
Usaha yang dilakukan oleh gaya gesekan: W = -fs, atau

$$W = \text{-}\mu mg \cos \alpha \frac{v_0^2}{2g\,(\mu \cos\alpha + \sin\alpha)}$$

Atau:

$$\boxed{W = \frac{\text{-}\mu mv_0^2}{2\,(\mu + \tan\alpha)}}$$

1.65. *Sebuah benda kecil A meluncur tanpa kecepatan awal dari puncak suatu bukit setinggi H. Hitung tinggi h agar s maksimum! Hitung jarak maksimum ini!*



Jawab: Dari ketinggian H ke ketinggian h terjadi perubahan energi energi potensial ($mgH - mgh$). Energi potensial yang hilang ini diubah menjadi energi kinetik ($\tfrac{1}{2}\, mv^2$).

$$\tfrac{1}{2}\, mv^2 = mgH - mgh$$

atau,

$$v = \sqrt{2g\,(H - h)}$$

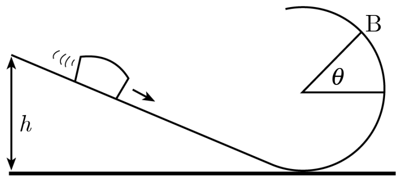
Setelah turun dari bukit, benda akan bergerak seperti lintasan peluru yang dilemparkan dengan kecepatan mendatar v.

$$h = \tfrac{1}{2}\, gt^2 \quad \text{atau} \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

karena $s = vt$ maka, $s = \sqrt{4\,(H - h)\,h}$.

Jarak s ini maksimum, bila $H - h = h$ (anda bisa buktikan ini dengan memasukan nilai-nilai H dan h atau dengan menggunakan konsep kalkulus, jika Anda sudah belajar). Jadi: $\boxed{s_{max} = H.}$

1.66. *Sebuah benda A meluncur pada suatu bidang miring dari ketinggian h. Benda melanjutkan perjalanan pada setengah lingkaran berjari-jari $h/2$. Abaikan gesekan, tentukan kecepatan benda pada titik tertinggi lintasan!*



Jawab: Anggap setelah menuruni bidang miring, benda bergerak dalam lingkaran vertikal dan meninggalkan lingkaran pada sudut θ diukur dari garis mendatar.

Perubahan energi potensialnya adalah

$$\Delta U = mgh - mg(h/2 + h/2 \sin\theta)$$

Energi potensial yang hilang ini diubah menjadi energi kinetik. Sehingga,

$$\tfrac{1}{2} mv^2 = \frac{mgh(1-\sin\theta)}{2}$$

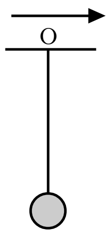
Gaya normal di titik B adalah nol (karena benda akan meninggalkan lingkaran), akibatnya gaya sentrifugal yang dirasakan benda sama dengan $mg \sin\theta$.

$$\frac{mv^2}{h/2} = mg\sin\theta$$

Dari dua persamaan di atas kita peroleh, $v = \sqrt{\frac{gh}{3}}$.

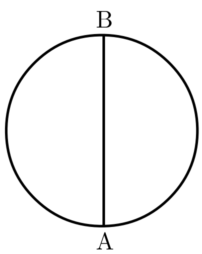
Setelah meninggalkan bidang lingkaran, benda bergerak dalam lintasan parabola. Di titik maksimum kecepatannya hanya kecepatan arah horizontal saja, yaitu:

$$\boxed{V_{max} = v\sin\theta = \tfrac{2}{3}\sqrt{\frac{gh}{3}}}$$



1.67. *Sebuah bola kecil bermassa m digantungkan pada seutas tali yang panjangnya L. Berapa kecepatan minimum bola relatif terhadap titik putar O agar bola dapat bergerak sepanjang lingkaran penuh? Hitung tegangan tali ketika bola berada di titik terendah!*

Jawab: Agar benda mencapai titik tertinggi maka tegangan tali di titik tertinggi nol (ada yang menyatakan bahwa agar benda mencapai titik tertinggi kecepatan di titik tertinggi nol, ini tidak benar karena sebelum mencapai kecepatan nol, tegangan tali akan mencapai nol akibatnya benda tidak dapat melanjutkan gerak melingkarnya).



Dengan menggunakan hukum Newton, kita dapat menghitung kecepatan di titik tertinggi v':

$$mg + 0 = \frac{mv'^2}{L}$$

Pada gerakan A ke B, sebagian energi kinetik diubah menjadi energi potensial ($mg2L$). Sehingga: $\tfrac{1}{2} mv^2 - \tfrac{1}{2} mv'^2 = mg2L$.

Dari dua persamaan di atas kita peroleh, $v = \sqrt{5gL}$.

Di titik terendah:

$$\boxed{T = \frac{mv^2}{L} + mg = 6mg}$$

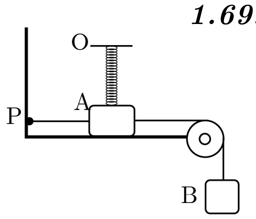
1.68. *Seutas tali karet panjang L dan koefisien elastisitas k digantung pada titik O. Ujung tali lainnya dihubungkan dengan benda bermassa m. Benda dilepaskan dari titik O. Abaikan massa tali dan massa penjepit, hitung pertambahan panjang karet!*

Jawab: Anggap karet bertambah panjang Δl. Disini terjadi pengubahan energi potensial gravitasi menjadi energi kinetik benda, kemudian seluruh energi kinetik ini diubah menjadi energi potensial karet.

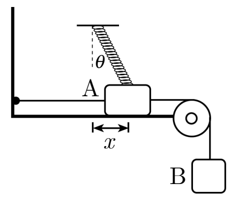
$$mg\ (l + \Delta l) = \tfrac{1}{2} k\Delta l^2$$

atau,

$$\boxed{\Delta l = \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2kl}{mg}}\right)\frac{mg}{k}}$$



1.69. *Sebuah balok kecil A bermassa m diikat oleh tali pada titik P. Sistem diletakkan pada bidang licin dan dihubungkan dengan beban B yang bermassa m melalui suatu katrol tak bermassa. Balok A juga dihubungkan dengan suatu pegas yang digantung pada titik O. Panjang pegas l_0 = 50 cm dan konstanta pegasnya $k = 5\ mg/l_0$. Beberapa saat kemudian tali PA dibakar, hitung kecepatan balok A sesaat hendak meninggalkan bidang!*



Jawab: Anggap balok A telah berpindah sejauh x ketika balok meninggalkan bidang. Karena balok dalam keadaan seimbang maka $mg = F \cos \theta$. Dengan F adalah gaya pegas.

Atau: $k{\cdot}\Delta l\ {}^{l_0}\!/_{l} = mg.$

Selanjutnya silahkan Anda buktikan bahwa:

$$kl_0\left[\sqrt{1 + \left(\frac{x}{l_0}\right)^2} - 1\right]{}^{l_0}\!/_{l} = mg$$

Substitusi nilai k kita peroleh, $x = {}^{3l_0}\!/_{4}$ dan $\Delta l = {}^{l_0}\!/_{4}$.

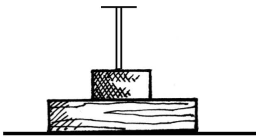
Pada proses ini benda B jatuh akibat gaya gravitasi. Disini terjadi perubahan energi potensial menjadi energi kinetik + energi pegas. Energi kinetik merupakan energi kinetik untuk 2 benda.

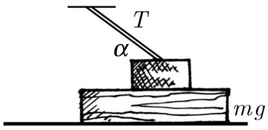
$$\tfrac{1}{2} k(\Delta l)^2 + (2)\tfrac{1}{2} mv^2 = mgx$$

Dengan menyelesaikan persamaan di atas kita peroleh,

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{19gl_0}{32}} = 1{,}7\ m/s}$$

1.70. *Pada suatu bidang datar terdapat sebuah papan yang di atasnya terletak balok bermassa m = 1,0 kg. Balok dihubungkan dengan titik O melalui seutas tali elastik ringan yang panjangnya l_0 = 40 cm. Koefisien gesekan antara balok dan papan μ = 0,20. Kemudian papan digeser perlahan-lahan ke kanan. Ketika sudut θ = 30^o balok hampir bergerak relatif terhadap papan. Hitung usaha yang dilakukan oleh gaya gesekan!*





Jawab: Karena sistem setimbang maka,

$$T \sin\,\theta = \mu N$$

$$T \cos\,\theta + N = mg$$

Dari kedua persamaan ini kita peroleh,

$$T = \frac{\mu mg}{\sin\theta + \mu\cos\theta}$$

Dapat dibuktikan bahwa pertambahan panjang tali adalah:

$$\Delta l = l_0\left[\frac{1-\cos\theta}{\cos\theta}\right]$$

Pada sistem ini usaha yang dilakukan oleh gaya gesekan sama dengan energi potensial yang tersimpan dalam tali.

$$W = T_{rata\text{-}rata} \times \Delta l = \frac{0+T}{2}\Delta l$$

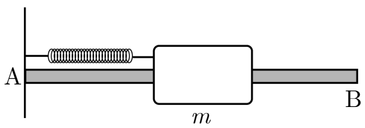
$$= \frac{\mu mg}{2(\sin\theta + \mu\cos\theta)}\left(\frac{l_0(1-\cos\theta)}{\cos\theta}\right)$$

atau,

$$W = \frac{\mu mgl_0(1-\cos\theta)}{2(\sin\theta + \mu\cos\theta)\cos\theta}$$

$$= \boxed{0{,}09\ J}$$

1.71. *Sebuah batang horisontal AB yang ringan dan licin dapat berputar pada sumbu yang melalui ujung batang A.*



Sebuah benda bermassa m dapat bergerak bebas pada batang dan dihubungkan dengan ujung A melalui sebuah pegas tak bermassa yang panjangnya l_0 dan konstanta pegasnya k. Berapa usaha yang harus dilakukan agar perlahan-lahan sistem akan mencapai kecepatan sudut ω?

Jawab: Pada saat benda berputar maka gaya sentripetal yang bekerja adalah gaya pegas. Menurut hukum Newton *(F = ma).*

$$k\Delta l = m\omega^2(l_0 + \Delta l)$$

atau,

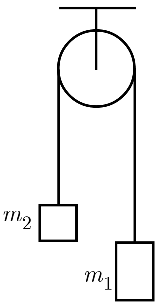
$$\Delta l = \frac{m\omega^2 l_0}{k - m\omega^2}$$

Usaha yang dilakukan pada sistem akan disimpan sebagai energi pegas dan sebagian akan diubah menjadi energi kinetik rotasi benda.

$$W = \tfrac{1}{2} k\Delta l^2 + \tfrac{1}{2} m\omega^2 (l_0 + \Delta l)^2$$

$$= \tfrac{1}{2} k\Delta l^2 \left(1 + \tfrac{1}{\eta}\right) = \boxed{\tfrac{1}{2}\eta k l_0^2 \frac{(1+\eta)}{(1-\eta)^2}}$$

dimana $\left(\eta = \dfrac{m\omega^2}{k}\right)$.



1.72. *Dua massa m_1 dan m_2 dihubungkan melalui suatu katrol yang massanya diabaikan. Hitung percepatan pusat massa dari sistem ini! Abaikan massa tali dan gesekan katrol.*

Jawab: Misalkan benda $m_1 > m_2$.

Benda 1: $m_1 g - T = m_1 a$

Benda 2: $T - m_2 g = m_2 a$

Dari kedua persamaan ini kita peroleh:

$$\boxed{a = \frac{(m_1 - m_2)\, g}{m_1 + m_2}}$$

Percepatan pusat massa dapat dicari dengan konsep pusat massa. Posisi pusat massa adalah:

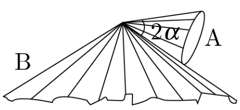
$$\vec{x}_{pm} = \frac{m_1 \vec{x}_1 + m_2 \vec{x}_2}{m_1 + m_2}$$

Jadi percepatan pusat massanya adalah:

$$\vec{a}_{cm} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$$

Karena $\vec{a}_1 = -\vec{a}_2 = a$ (arahnya berlawanan):

$$a_{cm} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 g$$



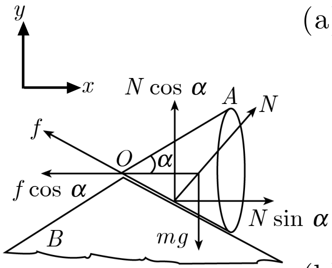
1.73. *Sebuah kerucut A bermassa m = 3,2 kg dan setengah sudut puncak a = 10^o menggelinding tanpa slip sepanjang permukaan kerucut B sedemikan hingga puncak kerucut O tetap diam. Pusat gravitasi kerucut A sama tingginya dengan titik O dan berada pada jarak l = 17 cm. Sumbu kerucut A berputar dengan kecepatan sudut ω. Hitung:*

(a) gaya gesekan statis pada kerucut A, jika ω = 1,0 rad/s;

(b) pada nilai ω berapakah kerucut A akan menggelinding tanpa slip, jika koefisien gesekan antara permukaan adalah μ = 0,25.

Jawab: Perhatikan susunan gaya pada gambar.

N adalah gaya normal yang merupakan reaksi dari kerucut B pada kerucut A. Gaya gesekan f arahnya ke atas karena kita anggap kerucut mempunyai kecenderungan untuk bergerak ke bawah. l adalah jarak pusat massa terhadap pusat putaran.



(a) Arah sumbu x: $F = ma$

$$f\cos\alpha - N\sin\alpha = m\omega^2 l$$

Arah sumbu y: $F = ma_y = 0$

$$f\sin\alpha + N\cos\alpha = mg$$

Dari kedua persamaan itu kita akan peroleh,

$$f = mg\sin\alpha + m\omega^2 l\cos\alpha = \boxed{6\text{ N}}$$

(b) Seperti soal a kita peroleh:

$$N\cos\alpha + \mu N\sin\alpha = mg$$

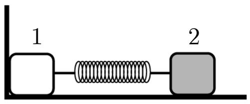
Agar kerucut tidak slip maka:

$$\mu N\cos\alpha - N\sin\alpha \geqslant m\omega^2 l$$

Dari persamaan di atas kita peroleh:

$$\omega \leqslant \sqrt{\frac{g(\mu - \tan\alpha)}{l(1+\mu\tan\alpha)}} = \boxed{2\text{ rad/s}}$$

1.74. *Dua balok bermassa m_1 dan m_2 dihubungkan dengan sebuah pegas tak bermassa dengan konstanta pegas k. Sistem diletakkan dalam bidang datar licin. Balok 2 kemudian ditekan ke kiri sejauh x lalu dilepaskan. Hitung kecepatan pusat massa sistem sesaat setelah balok 1 meninggalkan dinding!*



Jawab: Saat balok m_2 dilepaskan maka terjadilah perubahan energi dari energi potensial pegas menjadi energi kinetik dari benda 2 (benda 1 masih diam karena ditahan dinding).

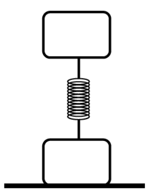
$$\tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}m_2 v_2^2$$

$$v_2 = x\sqrt{\frac{k}{m_2}}$$

Kecepatan pusat massa sistem dapat dicari dengan rumus pusat massa

$$v_c = \frac{m_2\vec{v}_2 + m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2} = \frac{x}{m_1 + m_2}\sqrt{km_2}$$

1.75. *Suatu sistem terdiri dari dua kubus identik, masing-masing bermassa m. Kedua kubus ini dihubungkan oleh seutas tali dan suatu pegas tak bermassa yang terkompres/tertekan, yang mempunyai konstanta pegas k. Pada suatu ketika tali penghubung kubus dibakar, hitung berapa besar pegas mula-mula harus tertekan agar kubus yang bawah akan terangkat. Hitung kenaikan pusat massanya, jika pegas mula-mula tertekan sebesar $\Delta l = 7\ mg/k$!*



Jawab:

a) Energi total awal,

$$E_{awal} = \tfrac{1}{2}k(\Delta l)^2 + mg(l - \Delta l)$$

Energi total akhir sistem (pegas teregang x):

$$E_{akhir} = \tfrac{1}{2}kx^2 + mg(l + x)$$

Karena energi awal = energi akhir kita akan peroleh,

$$kx = -mg + \sqrt{(mg - k\Delta l)^2}$$
$$= -mg + (mg - k\Delta l)$$

atau,

$$kx = k\Delta l - 2mg$$

Kubus bawah akan naik, jika

$$kx \geqslant mg$$

atau,

$$k\Delta l - 2mg \geqslant mg$$

atau,

$$\boxed{\Delta l \geqslant 3\ mg/k}$$

b) Mula-mula pegas tertekan sejauh $\Delta l = 7\ mg/k$.

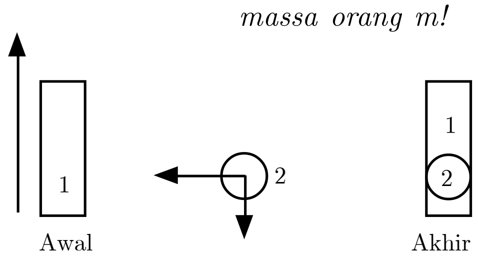
Kita hitung dulu kecepatan benda atas ketika benda bawah hampir naik (telah dihitung pada soal a bahwa saat ini pegas teregang $x = mg/k$). Disini terjadi perubahan energi pegas pada keadaan tertekan $\Delta l = 7\ mg/k$ menjadi energi potensial benda atas, energi kinetik benda atas dan energi pegas sistem pada keadaan teregang $x = mg/k$)

$$\tfrac{1}{2} k\Delta l^2 = mg\ (x+\Delta l) + \tfrac{1}{2} mv^2 + \tfrac{1}{2} kx^2$$

Kecepatan pusat massa sistem adalah $v/2$. Pusat massa sistem akan naik ke atas. Pada kondisi ini seluruh energi kinetik pusat massa diubah menjadi energi potensial $1/2(2m)(v/2)^2 = (2m)gh$. Diperoleh :

$$\boxed{h = 8mg/k}$$

1.76. *Dua kereta sejenis masing-masing memuat 1 orang. Kereta ini bergerak dalam arah berlawanan. Pada suatu saat ketika kereta sejajar, kedua orang itu bertukar tempat dengan melompat tegak lurus terhadap arah gerakan kereta. Sebagai akibatnya, kereta 1 berhenti dan kereta 2 tetap bergerak dalam arah yang sama, dengan kecepatan v. Tentukan kecepatan awal masing-masing kereta jika massa tiap kereta M dan massa orang m!*



Jawab: Kita fokuskan perhatian pada sistem kereta 1 dan orang 2 sesaat sebelum orang 2 masuk dalam kereta.

Perhatikan momentum yang **sejajar** arah gerak kereta. Momentum sistem kereta 1 adalah:

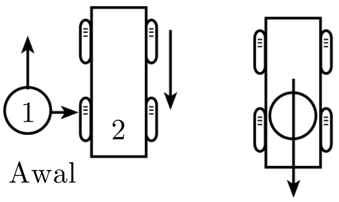
$$P_1 = Mv_1 - mv_2$$

Momentum akhir: $P'_1 = 0$.

Karena momentum kekal maka:

$$Mv_1 = mv_2$$

Sekarang perhatikan kereta 2 dan orang 1.



Awal Akhir

Perhatikan momentum sejajar arah gerakan kereta 2:

$$P_2 = Mv_2 - mv_1$$

Momentum akhir: $P'_2 = (M + m)v$

Karena momentum kekal maka,

$$Mv_2 - mv_1 = (m + M)v$$

Dari persamaan-persamaan di atas kita peroleh:

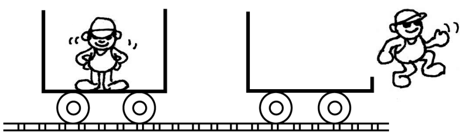
$$\boxed{v_1 = \frac{mv}{M - m}}$$

dan

$$\boxed{v_2 = \frac{Mv}{M - m}}$$

1.77. *Dua kereta sejenis bergerak beriringan dengan kecepatan sama v_0. Seseorang bermassa m berada dalam kereta belakang. Pada saat tertentu, orang tersebut melompat ke dalam kereta depan dengan kecepatan u relatif terhadap keretanya. Jika massa masing-masing kereta M, hitung kecepatan tiap kereta sekarang!*

Jawab: Perhatikan keadaan kereta belakang.



Awal Akhir

Momentum mula-mula:

$$P_2 = (M + m)v_0$$

Orang melompat dengan kecepatan u relatif terhadap kereta, sehingga kecepatan orang terhadap tanah adalah:

$$v_{org} = u + v_2$$

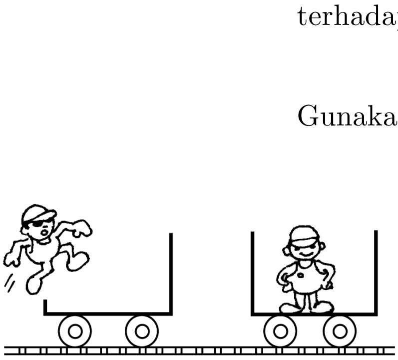
dimana v_2 adalah kecepatan kereta belakang terhadap tanah setelah orang melompat.

Momentum akhir (perhatikan bahwa momentum selalu diukur terhadap tanah):

$$P'_2 = Mv_2 + mv_{org} = Mv_2 + m(u + v_2)$$

Gunakan hukum kekekalan momentum sehingga kita peroleh,

$$(M + m)v_0 = (M + m)v_2 + mu$$



Awal Akhir

Sekarang perhatikan kereta depan:

Momentum awal:

$$P_1 = Mv_0 + mv_{org}$$

Momentum akhir:

$$P_1' = (M + m)v_1$$

Gunakan kekekalan momentum, kita peroleh:

$$Mv_0 + m(u + v_2) = (M + m)v_1$$

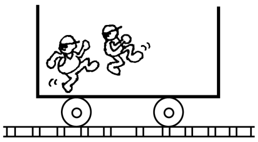
Dari persamaan-persamaan di atas kita peroleh,

$$\boxed{v_2 = v_0 - \frac{mu}{M + m}}$$

dan

$$\boxed{v_1 = v_0 + \frac{mMu}{(M+m)^2}}$$

1.78. *Dua orang, masing-masing bermassa m, berdiri pada ujung kereta yang diam bermassa M. Abaikan gesekan, tentukan kecepatan kereta setelah kedua orang tersebut melompat keluar kereta dengan kecepatan mendatar u relatif terhadap kereta jika kedua orang itu melompat*
(a) secara bersamaan;
(b) satu persatu.
Dari kedua kasus, manakah yang memberikan kecepatan yang lebih besar?



Jawab:

(a) Momentum mula-mula: $P = 0$

Anggap kecepatan orang terhadap tanah v_0 dan kecepatan kereta setelah orang berlari adalah v_k.

Karena kereta dan orang bergerak berlawanan maka, kecepatan relatif orang terhadap kereta adalah: $u = v_k + v_0$.

Momentum akhir:

$$\begin{aligned} P' &= 2mv_0 - Mv_k \\ &= -(2m + M)v_k + 2mu \end{aligned}$$

Gunakan hukum kekekalan momentum, kita peroleh:

$$\boxed{v_k = \frac{2mu}{2m+M}}$$

(b) Ketika orang pertama berlari kita peroleh kecepatan kereta adalah (gunakan soal a di atas):

$$v_k = \frac{mu}{M+m}$$

Ketika orang kedua berlari kereta saat itu sedang bergerak dengan kecepatan v_k sehingga momentum awal sistem adalah:

$$P = (m + M)v_k$$

(ingat hanya tinggal 1 orang dalam kereta)

Dengan cara seperti cara *a* kita akan peroleh,

$$\boxed{v_k' = \left(\frac{mu}{M+2m} + \frac{mu}{M+m}\right)}$$

Dari hasil yang diperoleh terlihat bahwa $v_k < v_k'$ sehingga dapat disimpulkan bahwa kereta akan lebih cepat jika orang melompat secara berturutan.